

[制造·使用·改进]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2014.03.022

基于改进可行方向法和随机方向法的 V带传动优化

刘伟,程维明,肖静文

(上海工程技术大学机械工程学院,上海 201620)

摘要:结合可行方向法和随机方向法2种优化方法的优点,提出改进的优化方法用于V带设计,首先利用随机方向法产生初始点,当随机方向法产生随机方向时则以可行方向法产生可行方向的条件进行约束,对随机单位矢量进行甄选,只有同时符合可行条件和下降条件的单位矢量方可作为可行搜索方向,在沿选定搜索随机方向进行搜索时利用梯度法求导确定最佳步长,避免加速步长法的重复迭代。改进后的优化方法结合两者的优点并克服相应的不足,减少产生随机单位矢量的数量,提高了优化效率。计算实例表明改进的方法可靠、有效。

关键词:V带传动;可行方向法;随机方向法;优化设计

中图分类号:TH122 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2895(2014)03-0083-05

Optimization of V-belt Drive Based on the Improved Feasible Direction Method and Random Direction Method

LIU Wei, CHENG Weiming, XIAO Jingwen

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: Combining the advantages of feasible direction optimization method and random direction optimization method, an improved method for the v-belt design was raised. First, using random direction method to generate a initial point, when the random direction method generated a random direction, feasible direction method placed the conditions arising feasible direction constraints for the selection of the random unit vector. Only the unit vector complied with the viable and the decline condition, it could be a practical search direction. The derivation of the gradient method was used to determine the optimum step size when searching along the selected direction and to avoid repeated iterations of accelerated step method. Improved optimization method combined the advantages of both and overcame the lack of appropriate, and reduced the number of random unit vector and improved optimize efficiency. The example calculation shows that the improved method is reliable and effective.

Key words: v-belt drive; feasible direction method; random direction method; optimization design

V带传动是一种应用广泛的机械传动方式,依靠挠性传动带和带轮之间的摩擦力传递动力^[1]。普通V带传动具有结构简单、价格低廉、传动平稳及缓冲吸振等优点。但是由于V带传动依靠摩擦力来传递功率,存在着磨损大、传递效率低、寿命短等缺点。如何根据工作设计条件在保障传动有效的前提下,使单根V带的传动能力达到最大,这对于紧缩机械空间结构和降

低成本具有积极的意义。

普通V带传动设计方法可以分为传统设计和优化设计。传统设计方法^{[2]12}通过查阅机械设计手册来获取计算过程中所需要的各种参数并经过反复计算才能得到设计方案,设计完成后需要进行参数校核,并根据校核结果对参数进行修正,即:传统的机械设计方法遵循“参数假设→校核→参数修正”的模式进行,而且

收稿日期:2013-11-14;修回日期:2013-11-26

基金项目:上海工程技术大学研究生科研创新资助项目(13KY0109)

作者简介:刘伟(1990),男,山东临沂人,硕士研究生,主要从事机械优化与精密机械研究。E-mail:liuwei126vip@126.com

最后得到的设计方案未必是最好的,有时还需并行计算多个方案,因此传统的V带设计方法工作量繁重、效率低下、计算复杂、设计周期长。

优化设计以较高的效率寻找优化传动方案,受到设计人员的青睐。根据优化目标的不同,可以分为:体积优化模型^[3]、单根V带传动能力优化模型^{[4]46,[5]141}、V带疲劳寿命最长优化模型^{[6]403}和多目标优化模型^{[7]22}等。根据应用优化理论的不同可以分为:穷举法、内(外)点惩罚函数法^{[4]45,[9]145}、最优值线段法^{[5]143,[6]404}、复合形法^{[8]114,[9]130}。穷举法通过离散化连续型设计变量,对各种可能的设计方案进行穷举而找到近似最优解,但这种方法计算量较大,且所得“最优解”精度较低;惩罚函数法是局部优化算法,无法保证所得解的全局最优性;最优值线段法需要根据不同设计条件使用不同的解法;复合形法搜索全局最优解的数值行为差,采用改变复合形的方法越多,程序设计越复杂,有可能降低计算效率及可靠性。

在约束优化问题的直接解法中,可行方向法是最大的一类,它也是求解大型约束优化问题的主要方法之一,具有原理简单、方法实用等特点。随机方向法的优点是对目标函数的形态无特殊要求,程序设计简单,使用方便,收敛速度较快,是求解小型机械优化设计问题的一种十分有效的方法。本文结合两种方法的优点提出改进的优化方法,首先利用随机方向法产生初始点,当随机方向法产生随机方向时则以可行方向法产生可行方向的条件进行约束,对随机单位矢量进行甄选,只有同时符合可行条件和下降条件的单位矢量方可作为可行搜索方向,在沿选定搜索随机方向进行搜索时利用梯度法求导确定最佳步长,避免加速步长法的重复迭代。改进后的优化方法结合两者的优点并克服相应的不足,减少产生随机单位矢量的数量,提高了优化效率。

1 优化理论

机械优化设计中的问题,大多数属于约束优化设计问题,其数学模型为^{[9]138}

$$\min f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{约束条件: } g_j(x) = g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 (j=1, 2, \dots, m)$$

$$h_k(x) = h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 (k=1, 2, \dots, l)$$

约束优化方法根据不同求解方式可以分为直接解法和间接解法。直接解法的原理简单,方法实用。其特点是:由于整个求解过程在可行域内进行,因此,迭代计算不论何时终止,都可以获得一个比初始点好的设计点,若目标函数为凸函数,可行域为凸集,则可以

保证获得全局最优解^{[9]125}。

在约束优化问题的直接解法中,可行方向法是最大的一类。可行方向法是求解非线性规划问题的常用方法。其典型策略是,从可行点出发,沿着下降的可行方向进行搜索,求出使目标函数值下降的新的可行点。算法的主要步骤是选择搜索方向和确定沿此方向的步长,搜索方向的选择形式不同就形成了不同的可行方向法^[10]。其基本原理是从可行域内选取一个点作为初始点(可行点)出发,沿着下降的可行方向进行搜索,求出使目标函数值下降新的可行点。在利用可行方向法对问题进行优化计算时,需要计算可行点处的导数,存在计算复杂繁琐的问题。

随机方向法也是一种原理简单的直接解法。其基本原理为:在可行域内选择一个初始点,利用随机数的概率特性,产生若干个随机方向,并从中选择一个能够使目标函数值下降最快的方向作为可行方向,从初始点出发沿可行方向以一定的步长进行搜索,得到新的可行点,重复迭代直至满足要求,最终得到的可行点即为约束最优解。在机械优化设计中,约束随机方向法计算程序简短,使用起来异常方便,对目标函数、约束函数性态无特殊要求,计算稳定,用于求解设计变量、约束条件数量不多的小型优化设计问题十分有效,因而应用极其广泛。此法的不足之处主要是计算效率偏低^{[11]33}。

随机方向法在利用随机数概率特性产生的随机方向中,有的时候会出现所有产生的点并不优于初始点,即随机方向组里面没有可行搜索方向。针对这种问题欧阳克诚^{[11]33}提出了合用好点、坏点确定搜索方向的方法,其实质是增加了一个性能可靠的试验点——好点相对初始点的映射点;李春明^[12]提出了不同的随机方向法的改进方法,没有可行搜索方向时,减半步长重新搜索,借助盲人探路思想在可行方向上进行双向寻优。但是上述方法在迭代计算的过程中都不能避免坏点的出现,同时随机方向法还有计算效率偏低的缺点。

2 改进的优化方法

由上述可知可行方向法、随机方向法的优缺点,现在基于可行方向法和随机方向法的优点提出改进的优化方法。

2.1 初始点的选择

初始点 x^0 必须是一个可行点,即必须满足全部的不等式约束条件

$$g_j(x) = g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 (j=1, 2, \dots, m)。$$

当约束条件较为复杂时,可以用随机选择的方法

来产生初始点,计算步骤如下:

- 1) 确定每一个变量的上限值和下限值,即 $a_i \leq x_i \leq b_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。
- 2) 在区间 $(0, 1)$ 内产生 n 个伪随机数 $q_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。
- 3) 计算随机点 x 的各个分量,即 $x_i = a_i + q_i(b_i - a_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 。
- 4) 判断 x 是否为可行点。若是可行点,则 $x^0 \leftarrow x$; 若为非可行点,则转至步骤2重新计算,直至产生的随机点 x 为可行点为止。

2.2 可行搜索方向的产生

在参考文献[9]中孙靖民提出的随机方向法是在 $k(k \geq n)$ 个随机方向中选取一个较好的方向作为搜索方向,这种方法产生的随机方向没有针对性,有可能产生“坏点”,即所选点处的目标函数值比原来点的目标函数值更大,造成计算优化效率的降低。现在针对随机方向的“不确定性”提出改进,可行方向法产生可行方向的条件:可行条件 $(\nabla g(x^k))^T d^k \leq 0$ 、下降条件 $(\nabla f(x^k))^T d^k < 0$,现在利用产生可行方向的条件限制随机方向的产生。

- 1) 在 $(-1, 1)$ 区间内产生伪随机数 $r_i (i=1, 2, \dots, n)$,并计算单位矢量 e ,即

$$e = \frac{1}{[\sum_{i=1}^n (r_i)^2]^{\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix}。$$

- 2) 验算, $(\nabla g(x^k))^T e \leq 0, (\nabla f(x^k))^T e < 0$,若 e 不满足则重复步骤1,若 e 满足则进行下一步。

- 3) 确定搜索步长 $a, x = x^0 + ae$ 代入 $f(x)$,求解 $f(x) = \min_{\alpha} \varphi(a), \varphi'(a)$ 。将 x 赋值给 x^0 ,重复循环步骤1—步骤3,直至获得满足约束的最优点。利用导数求解可以得到最佳步长,利用导数求解最佳步长可以在选取的随机方向确定最佳步长,一步达到最优,同时减轻了“加速步长法”多次重复迭代的麻烦,提高优化效率。

3 建立数学模型

3.1 目标函数的建立

普通V带的优化设计中可以作为优化目标的变量很多,例如:带的最佳转速、带轮的最小体积、中心距最小等。为了在一定的工况下最大限度的发挥V带的传动能力,减少V带的根数,本文以单根V带传动功率最大所用V带的根数最小作为优化目标函数^{[2]13},则

$$\min f(x) = \min \frac{K_A P}{(P_0 + \Delta P_0) K_a K_L}$$

式中: K_A 为工作情况系数; P 为带的传递功率; P_0 为单根普通V带所能传递的最大功率称为基本额定功率; ΔP_0 为传动比不等于1时单根V带额定功率的增量; K_a 为包角修正系数; K_L 为带长修正系数。

3.2 设计变量

已知: 带传动的功率 P 、小带轮转速 $n/(r \cdot \min^{-1})$ 、传动比 i 、工作载荷变化情况、原动机类型、每天工作小时数 h 等,根据计算功率 P_{ca} 和小带轮转速 n_1 ,可以从普通V带选型图中选定V带的带型,然后根据小带轮的直径 d_1 确定 P_0 和 ΔP_0 ,根据带的基准长度 L_d 确定 K_L ,根据小带轮的直径 d_1 和传动比 i 确定小带轮包角 α 和包角修正系数 K_a 。因此只要确定小带轮直径 d_1 和带长 L ,则可求出V带的根数 z ,所以取设计变量为

$$X = [x_1 \ x_2]^T = [d_1 \ L]^T。$$

3.3 约束条件

3.3.1 带速 v 的约束

带速过低,发挥不出带的传动能力造成资源的浪费;带速过高,传递功率将会下降并出现打滑现象,降低带的寿命。所以带在最佳带速下,随着带速的增加带所能够传递的功率也在变大,因此带速不宜过高或者过低,一般限制在

$$5 \text{ m/s} \leq v \leq 25 \text{ m/s}。$$

3.3.2 小带轮包角 α 的约束

带传动的有效拉力和包角有关,带的包角越大,有效拉力越大,小带轮的包角小于大带轮的包角,所以打滑现象会出现在小带轮上,为了提高的带传动的工作能力要限制小带轮的包角

$$\alpha \geq 120^\circ。$$

3.3.3 带轮直径 d 的约束

较大的带轮可以减小弯曲应力,同时可以提高带的使用寿命,但是带轮直径过大会使传动机构的整体尺寸增大,所以带轮直径需满足

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max}。$$

3.3.4 中心距 a 的约束

中心距增大,可以增加带轮的包角,减少单位时间内带的循环次数,有利于提高带的寿命,但是中心距过大,带在转动的时候会出现震动,降低带传动的平稳性,增大带传动的整体尺寸;中心距过小,会出现相反的利弊,例如:单位时间内带的循环次数会增加,带的寿命会降低。一般带的中心距会控制在

$$0.7(d_1 + d_2) \leq a \leq 2(d_1 + d_2)。$$

3.3.5 V 带基准长度 L 的约束

带传动中带的基准长度需要满足

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max}。$$

4 V 带传动优化

4.1 图线公式化

在机械设计过程中需要查阅设计标准、设计图、表格来获取相应的设计参数,但是设计参数大都是离散的,实际的优化过程中需要很多的参数或者连续变化的参数,为了适应优化的需要,在设计的过程中就要对离散数据和未知公式的图像采用曲线拟合的方法拟合成多项式。根据机械设计手册^{[2]13-26}中的表格、图表中的离散数值,通过 MATLAB 进行数据拟合。

4.1.1 带长修正系数的拟合多项式

$$K_L = 1 + 0.45(\lg L - \lg L_0),$$

式中: L 为 V 带的基准长度/mm; L_0 为 $K_L = 1$ 时 V 带的长度。

4.1.2 包角修正系数 K_α 的拟合多项式

$$K_\alpha = 1.25(1 - 5^{-\alpha/180}),$$

式中 α 为小带轮包角/(°)。

4.2 优化实例

某型号动平衡机的主电机功率为 15 kW, 转速 $n_1 = 2\,000$ r/min, 传动比 $i = 3.2$, 原来的传动方案为 B 形带 5 根, $d_1 = 140$ mm, $d_2 = 450$ mm, 带的基准长度为 $L = 2\,240$ mm, $a = 650$ mm, 设备要求中心距 $a \leq 1\,000$ mm, $d_1 \leq 180$ mm, 为了充分发挥带的传动能力, 对原传动方案进行优化。

查表^{[2]13} $K_A = 1.2$, 计算功率

$$P_{ca} = K_A P = 18 \text{ kW},$$

由 n_1 和 P_{ca} 查表^{[2]13}知, 选择 B 型带。

目标函数

$$\min f(x) = \min \frac{K_A P}{(P_0 + \Delta P_0) K_A K_L},$$

设计变量

$$X = [x_1 \quad x_2]^T = [d_1 \quad L]^T,$$

其中, $v = 0.104\,7x_1$, 根据单根普通 V 带的基本额定功率表格中的数据进行函数拟合: $P_0 = 3\,079x_1^{0.0218} - 339.4$, 根据转速 n_1 和传动比 i 查表^{[2]13-17}可知 $\Delta P = 0.63$ kW, 带长修正系数 K_L 的拟合多项式

$$K_L = 0.45 \lg L - 0.507\,6。$$

4.3 约束条件

4.3.1 带速约束

$$g_1(X) = 0.104\,7x_1 - 5 \geq 0,$$

$$g_2(X) = 25 - 0.104\,7x_1 \geq 0。$$

4.3.2 小带轮包角的约束

$$g_3(X) = 180 - x_1(i - 1)/a \geq 120。$$

4.3.3 带轮直径约束

$$g_4(X) = x_1 - 125 \geq 0,$$

$$g_5(X) = 180 - x_1 \geq 0。$$

4.3.4 中心距的约束

$$g_6(X) = a - 0.7x_1(i + 1) \geq 0,$$

$$g_7(X) = 1\,000 - a \geq 0。$$

4.3.5 V 带基准长度的约束

$$g_8(X) = x_2 - 990 \geq 0,$$

$$g_9(X) = 5\,000 - x_2 \geq 0。$$

经过优化后得到结果为

$$X^* = [179.999\,98 \quad 3\,187.638\,32],$$

$$f(X^*) = 2.956\,1。$$

整理优化结果得到带的最佳传动方案: $d_1 = 180$ mm, $d_2 = 560$ mm, $L = 315\,0$ mm, $z = 3$, 传动带的根数由原来的 5 根减少为 3 根, 优化效果明显。

5 结语

结合随机方向法和可行方向法各自的优点并避免其缺点, 所提出的 V 带设计优化方法具有明显的优化效果。利用随机方向法在随机产生随机方向, 同时用可行方向法产生可行方向的条件, 即用可行条件和下降条件对随机方向进行甄选; 在沿选定好的随机方向进行搜索前进时, 通过梯度法利用求导确定最佳步长, 避免随机方向法的常用的加速步长法的重复性迭代; 随机方向法和可行方向法均属于直接解法, 若是目标函数为凸函数, 可行域为凸集, 则可以保障获得全局最优解。

V 带优化实际算例表明本方法可靠、有效。

参考文献:

- [1] 李娜, 郝广平. 一种 V 带传动当量摩擦系数计算的修正方法[J]. 机械工程师, 2009(6): 147-148.
- [2] 成大先. 机械设计手册 第 3 卷: 带、链传动[M]. 5 版. 北京: 化学工业出版社, 2008.
- [3] 严寒冰, 原思聪, 季文翔. 基于遗传算法及 MATLAB 的 V 带传动优化设计[J]. 机械, 2008, 35(9): 23-25.
- [4] 莫才颂, 千学明, 王岗翌. 普通 V 带传动的优化设计[J]. 机械传动, 2006, 30(6): 45-46.
- [5] ZHANG Shaojun, WAN Zhong, LIU Guanglian. Global optimization design method for maximizing the capacity of V-belt drive [J]. Science China: Technological Sciences, 2011, 54(1): 140-147.

(下转第 89 页)