

可修复产品的公差成本模型

陈德甲, 茅 健, 宗 毅

(上海工程技术大学 机械工程学院, 上海 201620)

摘 要:针对可修复产品的成本问题,分析了产品生产过程中影响成本的主要因素,研究了可修复产品在制造过程中花费的成本,提出了可修复产品公差成本模型。该模型可以确定设计公差、工艺均值和工艺公差的最佳值,通过调整工艺能力指数值,降低了因产品质量原因造成的损失。以拨叉轴为例,应用该模型获得制造零件的总成本,并对单个零件修复前后的单价进行比较,验证了本模型的有效性。应用结果表明模型不仅提高了产品质量还降低了产品成本。

关 键 词:可修复产品;公差成本模型;工艺能力指数;工艺均值;生产成本

中图分类号:F273.2

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2015)05-0099-04

Tolerance-Cost Model for Repairable Products

CHEN Dejia, MAO Jian, ZONG Yi

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: In view of the problem of repairable product cost, the various factors that affect the cost were analyzed, and the product cost was studied during the process of mechanical product manufacturing. The tolerance-cost model of repairable product was proposed. The optimum value of design tolerance, process mean and process tolerance could be determined by using the model. The production cost could be reduced by adjusting the process capability index. A fork shaft was used to obtain the total cost of manufacturing parts. Comparing the unit price for single part before and after repair, the effectiveness of the model was verified. The result shows that the model not only improve the product quality, and reduce the cost of production.

Key words: repairable product; tolerance-cost model; process capability index; process mean; production cost

产品研发过程中由于知识、技术、经验和环境等诸多因素的影响,导致产生质量问题,生产出的产品并不全部合格。如果对于不合格产品置之不理,会造成资源浪费,甚至还可能污染环境。随着资源日益枯竭和环境污染加剧,对可修复产品修复作为资源的有效利用形式,已得到工业界和学术界的广泛重视^[1]。

近年来,国内外学者对产品成本的研究集中在再制造成本方面:牛同训^[2]从再制造的角度出发,为降低再制造产品成本,提出了再制造公差设计的优化数学模型;刘明周^[3]针对机械产品再制造装配过程质量控制问题,在分析机械产品再制造装配过程特点的基础上,提出了面向机械产品再制造装配过程的动态工序质量控制模式;阳成虎^[4]针对再制造系统中以整体

再制造为主要利用方式的废旧产品,考虑废旧产品的质量 and 用户心理回收价格等因素,建立了无约束混合整数规划的单周期回收模型;曹华军^[5]为克服决策过程中存在的不确定性和信息不完整性,提出了一种基于专家评判及模糊回归理论的二阶段再制造工艺过程优化决策方法;景熠^[6]针对多重不确定环境下制造/再制造混合生产场景中的批量计划问题,建立了库存和生产能力受限的混合整数规划模型。然而,目前对于制造过程中可修复产品公差成本问题的研究较少,Abdul-Kader^[7]为了减少或消除废品,提出了废品成本优化的模型,该模型旨在优化不合格产品的成本,也可对因调整制造过程所造成的成本进行优化;Jeang^[8]通过确定参数和公差的最佳值,降低产品(合格、不合

收稿日期:2015-01-13;修回日期:2015-03-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175322)

作者简介:陈德甲(1989),男,山东临沭人,硕士研究生,主要研究方向为精密测量技术。E-mail:qq760825363@126.com

格)的总成本并提高产品质量。

本文以可修复的产品为对象,研究了可修复产品在制造过程中花费的成本,提出了可修复产品公差成本模型,通过调整工艺能力指数 C_{pm} 的值,使得产品的质量损失降低,提高了产品的合格率,降低了损失的成本,从而达到降低产品成本目的,提高企业经济效益。

1 产品成本的相关参数

企业生产的产品包括合格品和废品。废品表示其规范值不在设计范围内,对于废品只能修理或丢弃,有些废品在修理后可能成为合格品,也可能仍是废品。图1描绘了不同零件的成本情况。废品分为可修复和不可修复两种情况。不可修复的废品只能丢弃,对其成本的研究没有意义,本文只研究可修复废品的成本。

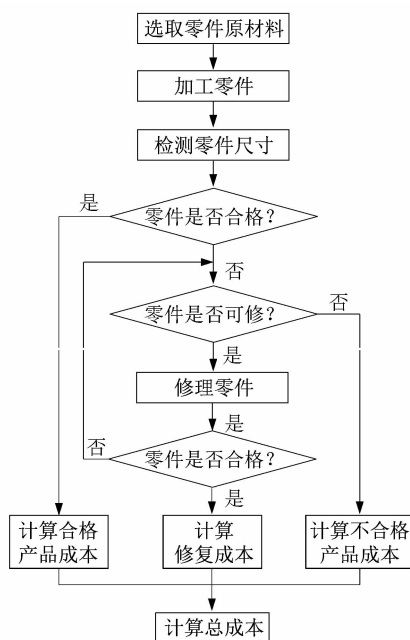


图1 零件加工成本

Figure 1 Processing cost of parts

1.1 设计目标与公差的关系

设 D 为设计目标, T_1 和 T_2 为设计目标的上下设计偏差, U 为工艺均值, t 为工艺公差, t_L 和 t_U 为工艺偏差, t_L 为下偏差, t_U 为上偏差, 取决于加工工艺。一般情况下, t_L , t_U 和 D 的值为已知, 且有

$$D - T_1 + t \leq U \leq D + T_2 - t. \quad (1)$$

根据式(1)可以得到相关参数和偏差的关系, 增加参数和偏差选择的灵活性, 达到降低产品成本、提高产品质量的目的^{[8]3}。

1.2 工艺能力指数

一般来说, 设计早期阶段的工艺方差 σ^2 为未知, 除非参考相类似的加工工艺。因此, 必须估计工艺方

差。在本模型中, 由于必须同时考虑不同设计公差、损失函数和制造成本等因素, 所以工艺均值可能偏离设计目标。本文利用工艺能力指数 C_{pm} ^[9], 它既能反映工艺均值偏离设计目标的程度, 又可以改变方差的值。尽管 C_{pm} 可以估算出方差值, 但前提条件是制造过程必须在稳定的环境中进行。根据 C_{pm} 的定义, 可得

$$C_{pm} = \frac{\min(T_1, T_2)}{3 \sqrt{\sigma^2 + (U - D)^2}}, \quad (2)$$

根据公式(2)可得工艺方差

$$\sigma^2 = \frac{\min(T_1, T_2)}{9C_{pm}^2} - (U - D)^2. \quad (3)$$

1.3 非对称损失函数

在制造过程中, 工艺过程受到许多随机因素的影响, 使加工出来的产品质量偏离目标, 从而造成损失。假定损失函数是对称的, 在这种情况下, 若产品的工艺均值等于目标值, 并不会使期望损失最小。因此, 本文依据非对称损失函数研究可修复产品的成本模型。

非对称的损失函数为^{[10]4}

$$L(x) = \begin{cases} K_1(x - D)^2, & x < D \\ K_2(x - D)^2, & x \geq D \end{cases} \quad (4)$$

式中: K_1, K_2 为质量损失系数, 随机变量 x 为考察的设计目标 D 的数量性能指标。

依据产品的平均质量损失公式, 结合本文的实际情况, 则非对称损失函数的期望值为

$$E(L(x)) = \int_{D-T_1}^D K_1(x - D)^2 H(U, \sigma) dx + \int_D^{D+T_2} K_2(x - D)^2 H(U, \sigma) dx. \quad (5)$$

式中, $H(U, \sigma)$ 为工艺均值 U 与标准差 σ 的正态分布。

2 可修复零件模型

产品的规范值在合格范围内, 其原始成本包括材料成本 C_N , 生产成本 $C_M(t)$ 和检验成本 C_I 。废品的规范值高于上限, 如轴类零件的轴径, 该废品可以修复, 令修理成本为 $C_r(t)$, 废品修复后, 其规范值可能会落在合格的范围内, 也可能落在可修理或不可修理的范围内。可修复的废品在修理后的成本 C_{ke} 为

$$C_{ke} = (C_r(t) + C_I) \times E(L(x)). \quad (6)$$

对于可修复废品, 可能经过一次修理就成为合格的产品, 也可能经过多次修理后还是废品。一般情况下, 初次修理废品的成本最高, 其后修理废品的成本较低, 本文只考虑了初次修理废品所花费的成本。

则可修复废品修理前的成本为

$$C_q = (C_N + C_M(t) + C_I) \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx, \quad (7)$$

可修复废品修理后的成本为

$$C_h = (C_N + C_M(t) + C_1) \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx + \frac{C_{ke} \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx}{1 - \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx}, \quad (8)$$

修理后产品的总成本为

$$C_z = (C_N + C_M(t) + C_1) + \frac{C_{ke} \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx}{1 - \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx}. \quad (9)$$

另外,还需考虑到另一类产品可修复的情况,即当产品的质量值低于下限时该产品也可以修复,如孔径。

此时,可修复废品修理前的成本为

$$C'_{q1} = (C_N + C_M(t) + C_1) \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx, \quad (10)$$

可修复废品修理后的成本为

$$C'_{h1} = (C_N + C_M(t) + C_1) \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx + \frac{C_{ke} \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx}{1 - \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx}, \quad (11)$$

修理后产品的总成本为

$$C'_{z1} = (C_N + C_M(t) + C_1) + \frac{C_{ke} \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx}{1 - \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx}. \quad (12)$$

假设设计目标 D 与工艺均值 U 不相等,两侧的质量损失系数 K_1 和 K_2 也不相等。令

$$\begin{cases} z_1 = \frac{D - T_1 - U}{\sigma} \\ z_2 = \frac{D + T_2 - U}{\sigma} \end{cases} \quad (13)$$

则有

$$\begin{cases} p(x_1) = \Phi(z_1) \\ p(x_2) = \Phi(z_2) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $x_1 \in (0, D - T_1)$, $x_2 \in (D + T_2, \infty)$; $p(x_1)$, $p(x_2)$ 是正态分布函数; z_1, z_2 表示将一般正态变量 (x_1, x_2) 标准化时引入的变量; $\Phi^{[11]}$ 是标准正态分布函数。则

$$\begin{cases} \Phi(z_1) = \int_{-\infty}^{z_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\ \Phi(z_2) = \int_{-\infty}^{z_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \end{cases} \quad (15)$$

即

$$\begin{cases} p(z_1) = P(x_1) = \int_0^{D-T_1} H(U, \sigma) dx \\ p(z_2) = P(x_2) = \int_{D+T_2}^{\infty} H(U, \sigma) dx \end{cases}. \quad (16)$$

式中: $P(x_1)$ 表示 x_1 在 $(0, D - T_1)$ 范围内的概率值, $P(x_2)$ 表示 x_2 在 $(D + T_2, \infty)$ 范围内的概率值。

3 实例

图2为某轿车拨叉轴的相关尺寸和公差,本文研究拨叉轴轴径尺寸 $60_{-0.030}^{+0.035}$ 的可修复问题。设每根拨叉轴的原材料成本为100元,本批次有100套,则原材料的总成本 C_N 为10 000元。设拨叉轴直径尺寸值服从正态分布,由于拨叉轴的尺寸值可能不在允许范围内,所以还会产生追加成本 A_1 和 A_2 。 A_1 是尺寸值低于下限造成的损失, A_2 是尺寸值超过上限造成的损失,假设 A_1 和 A_2 相应的成本分别为428.00元和540.00元。则质量损失系数^[12]为

$$K_i = \frac{A_i}{T_i^2}, i = 1, 2, \quad (17)$$

可得 K_1 和 K_2 分别为350 000和600 000。

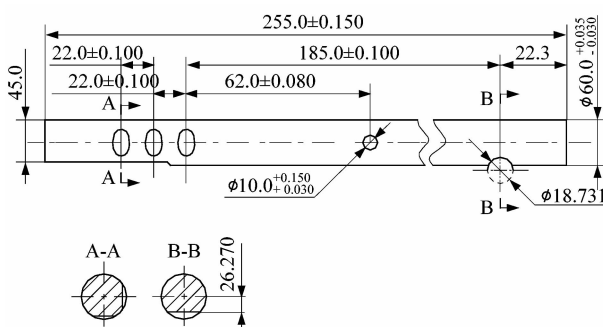


图2 拨叉轴零件图

Figure 2 Part diagram of fork shaft

由图2可知, $D = 60$, $T_1 = 0.035$, $T_2 = 0.030$ 。中等批量加工时外圆特征加工尺寸的适用的加工成本-公差模型为^[13]

$$C_M(t) = a_0 e^{-a_1 t} + \frac{1}{a_2 t + a_3}. \quad (18)$$

式中: $a_0 = 15.1138$, $a_1 = 42.2874$, $a_2 = 0.8611$, $a_3 = 0.01508$ 。

假设 $C_r(t)$ 与 $C_M(t)$ 相等,根据公式(3)估算标准差 σ 的值,检查成本 C_1 为200元。工艺公差 t 的加工能力范围在 $t_L = 0.0020$ 和 $t_U = 0.0040$ 之间。由公式(3)可知,当 C_{pm} 的值变大时,由于 $T_2^2/9C_{pm}$ 的斜率远大于 $(U - D)^2$ 的斜率, σ 的值将减小,从而产品的质量损失降低,降低了零件成本。

如果工艺公差 t 较大,则制造成本 $C_M(t)$ 将会减少,因此,尽可能在制造时使工艺公差 t 增大。由于加工过程中约束的限制, t 不能无限制变大。工艺均值 U 和设计目标 D 之间的偏差是由于模型中质量系数 K_1 和 K_2 与设计偏差 T_1 和 T_2 不协调造成的。随着 C_{pm} 值的增大, σ 的值将减小, $P(x_1)$ 与 $P(x_2)$ 的值都会减小,由公式(9)可知 C_z 的值将会降低,总成本与工艺能力指数的关系如图3所示。

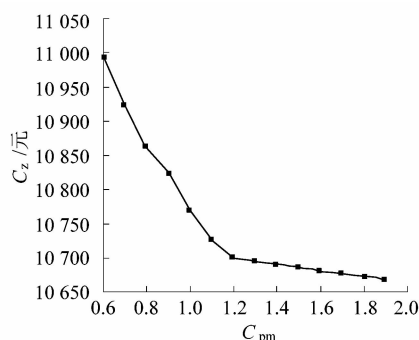


图3 总成本 C_z 与工艺能力指数 C_{pm} 的关系

Figure 3 Relation between total cost of C_z

and process capability indices of C_{pm}

图4为单个拨叉轴修复前后价格 C_g 的比较,当 C_{pm} 为0.8时,拨叉轴修复前的单价为107.29元,零件的合格率为98.59%;拨叉轴修复后的单价为108.64元,零件的合格率99.82%。其修复成本 $C_f = 10864 - 10792 = 135$ 元。不合格产品造成的损失成本为

$$\begin{cases} C_{sq} = 10729 \times (1 - 98.59\%) = 151 \text{ 元} \\ C_{sh} = 10864 \times (1 - 99.82\%) = 20 \text{ 元} \end{cases} \quad (19)$$

式中: C_{sq} 是修复前的损失成本, C_{sh} 是修复后的损失成本。

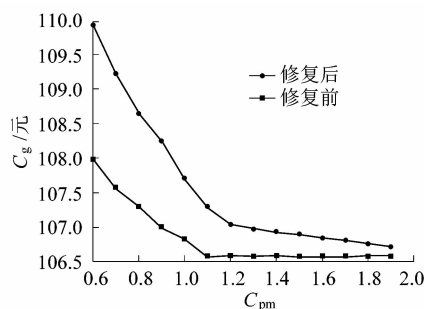


图4 单个拨叉轴修复前后价格的比较

Figure 4 Price comparison before and after repair about single fork shaft

由此可见,虽然修理零件时会产生修复成本 C_f ,但不合格产品造成的损失成本却大大降低了,这样有利于提高企业经济效益。

4 结语

在产品的设计生产过程中,如果忽视了产品设计和工艺设计之间的关系,就有可能产生废品。因此,本文建立了一种可修复产品成本模型,研究设计目标、设计公差、工艺均值和工艺公差之间的关系,使设计师能够确定最优工艺均值和工艺公差与设计目标和设计公差,使产品的质量得到保证并能降低其成本。为专注于研究可修复产品的成本,本文只考虑了拨叉轴的轴径尺寸,认为拨叉轴直径尺寸值服从正态分布。因此,在后续研究中,可以综合考虑多重不确定因素,分析其对可修复成本的影响。

参考文献:

- [1] WANG Hongzhou, PHAM H. Reliability and optimal maintenance [M]. London: Springer, 2006.
- [2] 牛同训. 再制造公差设计优化模型及其应用[J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(2): 232-238.
- [3] 刘明周, 王强, 赵志彪, 等. 机械产品再制造装配过程动态工序质量控制系统[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(4): 817-824.
- [4] 阳成虎, 刘海波, 卞珊珊. 再制造系统中废旧产品回收策略[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(4): 875-880.
- [5] 曹华军, 王本涛, 刘飞, 等. 再制造工艺过程二阶优化决策方法[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(5): 935-941.
- [6] 景熠, 王旭, 李文川, 等. 多重不确定环境下考虑产品差异的再制造批量生产计划[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(12): 2650-2658.
- [7] ABDUL-KADER W, GANJAV O, SOLAIMAN A. An integrated model for optimization of production and quality costs [J]. International Journal of Production Research, 2010, 48(24): 7357-7370.
- [8] JEANG A. Combined parameter and tolerance design optimization with quality and cost [J]. International Journal of Production Research, 2001, 39(5): 923-952.
- [9] 杨剑锋, 刘玉敏, 常广庶, 等. 过程能力指数与合格率的关系[J]. 工业工程, 2006, 9(5): 1-5.
- [10] 胡家喜, 李春萍, 郝会兵. 非对称损失函数正态分布总体的参数设计[J]. 统计与决策, 2008(12): 150-151.
- [11] 贾玉心. 概率论与数理统计[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005: 56-69.
- [12] 陈魁. 试验设计与分析[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2013: 141-186.
- [13] 金秋. 连续复利的加工成本: 公差模型改进[J]. 天津科技大学学报, 2012, 27(6): 61-64.