

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2016.06.008

单元技术及网格剖分对弯曲应力的影响研究

杨晓龙, 王巧云, 韩敏建

(西安航空学院 机械工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:使用实体单元技术可以处理剪切锁定的问题,由于个人经验与知识积累的不同,使得计算的精度和效率存在差异,若不进行分析,带来的后果可能是致命的。为解决该问题,文章以悬臂梁的弯曲应力作为判断依据,详细研究了缩减积分、一致缩减积分、增强应变和简单增强应变等实体单元技术及网格剖分对弯曲应力的影响。结果表明:在线性静力学分析中优先选取高阶单元;若采用低阶单元,推荐增强应变或简化增强应变的六面体来计算弯曲应力。该结论为细长或薄壁结构零件弯曲应力计算时的单元技术选择和网格划分及单元层数提供了参考准则。

关键词:悬臂梁;剪切锁定;网格划分;弯曲应力;有限元分析

中图分类号:TB115

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2016)06-0037-05

Effect of Different Element Technology and Mesh Division for Bending Stress

YANG Xiaolong, WANG Qiaoyun, HAN Minjian

(College of Mechanical Engineering, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Using element technology can handle shear locking, and because of the personal experiences and knowledge, the difference between accuracy and efficiency often occurs, which will lead to fatal consequences if no analysis. A thoroughly study about the influence of element technology (B-bar, URI, ES, SES) and solid mesh division for bending stress according to the stress of cantilever beam was presented. The results show that the high order elements should be selected priority in the linear static analysis, and the enhanced strain or simplify enhanced strain hexahedral is recommend to calculate the bending stress for low order elements in the linear static analysis. The conclusion provides a reference for the selection of element technology, meshing and cell layers, when bending stress calculation of the slender or thin-walled structure is occurred.

Key words: cantilever beam; shear locking; mesh division; bending stress; Finite Element Analysis (FEA)

当技术人员使用有限元软件对细长或薄壁结构进行分析时,常会碰到剪切锁定,这是有限元分析中常见的因单元选择不当而造成的结构刚度高估,以至于计算出的结果出现了较大误差。通过广义协调元法^[1]、无单元法^[2]、替代剪应变法^[3]、光滑有限元法^[4]和构造无剪切锁定厚薄通用板单元^[5]等方式能够处理剪切锁定,使得计算出的结果更加准确。但由于上述方法的使用需要技术人员单独编程开发,因此主流有限元软件未能采用这些措施。在商业有限元软件中,可以通过选择缩减积分(B-bar)、一致缩减积分(URI)、

增强应变(ES)和简单增强应变(SES)等单元技术方式或附加的气泡状形函数法^[6]处理剪切锁定问题,但由于个人经验与知识积累的不同,使得计算效率和计算精度存在一定的差异,甚至出现了有较大误差的计算结果。若不仔细对结果进行分析,带来的后果可能是致命的。目前有相当多的文献^[7-14]描述了网格剖分和单元选择的使用方法、关键技巧、基本原则和注意事项,然而却较少有涉及单元技术和网格剖分对应力分析的研究。

本文针对细长或薄壁结构的弯曲占优问题进行研

收稿日期:2016-05-02;修回日期:2016-07-13

基金项目:西安市莲湖区产学研课题(K2013-026)。

作者简介:杨晓龙(1976),男,陕西咸阳人,讲师,硕士,主要研究方向为CAD/CAE。E-mail:yxlaixis94047@163.com

究,在 ANSYS 中利用现有的单元技术对实体单元进行测试,将不同的网格划分和应力分布与理论计算结果进行对比,分析出不同类型单元以最小的代价获得相对可以接受的结果精度。这不但为细长结构零件弯曲应力计算时的单元技术选择和网格划分及单元层数提供了参考准则,而且节省了计算机资源,提高了工作效率。

1 剪切锁定对弯曲应力的影响

由梁弯曲的基本理论可知,当梁发生纯弯曲变形时,其轴向应变在厚度方向呈线性变化,而剪应变为零。这就是说当梁的微单元在受到微弯矩作用时,其变形效果如图 1 所示,无限多个微单元梁所组合成的整体梁发生纯弯曲变形。图中 M 为弯矩。

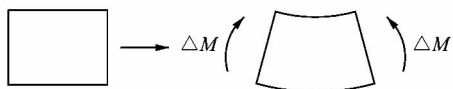


图 1 纯弯曲梁的微元变形示意图

Figure 1 Element deformation diagram of pure bending beam

然而,有限元法是一种为求解偏微分方程边值问题近似解的数值技术,如果在有限元计算中采用了低阶完全积分的单元,那么微元在弯矩作用时会转动锁定,无法模拟纯弯,这与变形前的结构相比,单元变得过于刚硬,线性单元边不能弯曲,就出现了如图 2 所示的情况,即剪切自锁。若采用了高阶完全积分单元,剪切自锁则能够消除,如图 3 所示。文献[15]亦论述了剪切锁定的本质,本文就不再赘述。

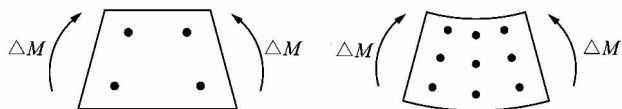


图 2 低阶全积分单元弯曲变形示意图

Figure 2 Bending deformation diagram of low order full integral element

图 3 高阶全积分单元弯曲变形示意图

Figure 3 Bending deformation diagram of high order full integral element

通过上述分析可知,剪切锁定发生的条件往往是受纯弯状态的一阶且全积分的梁、板、壳单元,导致产生剪切应变能过大而弯曲变形偏小,即剪切刚度太大的虚假结果,使得有限元计算出的弯曲应力值要小于真实值。另外,单元的形状、层数和单元技术的不同会导致结构刚度的不同,进而会影响到单元节点位移和

模态的不准确,最终使计算出的应变、应力等响应不同。其中,应力是位移的一阶导数,并且比位移的变化更加敏感。因此,本文以对比弯曲应力值为切入点,对有限元软件中的单元形状、层数以及不同单元技术的选择进行对比。

2 实例分析

2.1 理论模型描述

某梁的尺寸为 $l \times b \times h = 500 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$,如图 4 所示, A 端全约束固定,自由端 B 处施加垂直向下的力 $P = 100 \text{ N}$,计算该梁的最大弯曲正应力。

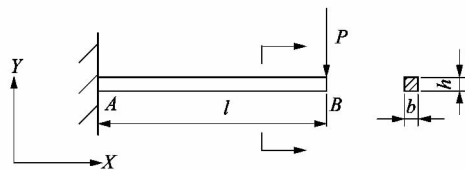


图 4 悬臂梁模型示意图

Figure 4 Diagrammatic sketch of cantilever beam model

根据梁的弯曲正应力公式^[16],该梁的最大弯曲正应力值应出现在危险截面 A 的上、下边缘处,即

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{6M_{\max}}{bh^2} = 37.5 \text{ MPa}。$$

以上是梁的纯弯曲应力计算结果,若出现了长厚比大于 5 以上剪切弯曲梁,其计算结果也是近似的。

2.2 有限元模型处理

由于在有限元软件分析中对于约束部位都采用刚性约束,约束部位的应力是不准确的。根据圣维南原理,建立此模型的实际长度为 700 mm,最后选择距离自由端 500 mm 处的附近单元 σ_x (X 方向的应力) 为最终判断标准,如图 5 所示。

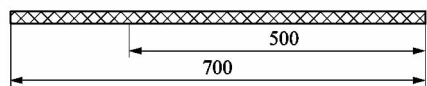


图 5 悬臂梁有限元模型图

Figure 5 Diagrammatic sketch of cantilever beam finite element model

在线弹性范围内,结构的应力只取决于结构的拓扑形状和边界条件,而无关材料的属性,因此统一规定材料的弹性模量 $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$,泊松比 $\mu = 0.3$ 。

实体单元在接触和横向剪切问题中比梁单元或壳单元能力更加全面,因此本文采用实体单元对该结构进行划分,对比单元的形状、层数和单元技术。以

ANSYS 软件作为分析和处理模型的基本环境,其中,实体单元中的低阶单元选取 Solid185,高阶单元选取 Solid186。

2.3 计算结果

表 1~4 分别列出了缩减积分 (B-bar)、一致缩减积分 (URI)、增强应变 (ES) 和简单增强应变 (SES) 等单元技术对低阶单元的应力影响对比;表 5~6 列出了缩减积分 (B-bar)、一致缩减积分 (URI) 等单元技术对高阶单元的应力影响对比。这些比对主要是四面体和六面体的比对,以及网格沿厚度方向层数的比对,从而得到对弯曲应力值影响的一些关键因素。

表 1 B-bar 单元技术的低阶单元应力对比

Table 1 Low order element stress comparison of B-bar unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(2层)	30.2	-19.5
四面体(3层)	34.7	-7.5
四面体(4层)	35.8	-4.5
六面体(2层)	31.4	-16.3
六面体(3层)	33.1	-11.7
六面体(4层)	34.2	-8.8

表 2 URI 单元技术的低阶单元应力对比

Table 2 Low order element stress comparison of URI unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(2层)	30.2	-19.5
四面体(3层)	34.7	-7.5
四面体(4层)	35.8	-4.5
六面体(2层)	25.2	-32.8
六面体(3层)	28.3	-24.5
六面体(4层)	30.1	-19.7

表 3 ES 单元技术的低阶单元应力对比

Table 3 Low order element stress comparison of ES unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(2层)	30.2	-19.4
四面体(3层)	34.7	-7.4
四面体(4层)	35.8	-4.5
六面体(1层)	38.3	2.1
六面体(2层)	37.9	1.1

表 4 SES 单元技术的低阶单元应力对比

Table 4 Low order element stress comparison of SES unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(4层)	35.8	-4.5
六面体(1层)	38.1	1.6
六面体(2层)	37.8	0.8

表 5 B-bar 单元技术的高阶单元应力对比

Table 5 High order element stress comparison of B-bar unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(1层)	38.7	3.2
四面体(2层)	38.2	1.9
六面体(1层)	38.9	3.7
六面体(2层)	38.2	1.9

表 6 URI 单元技术的高阶单元应力对比

Table 6 High order element stress comparison of URI unit technology

网格形状及层数 (厚度的单元数)	最大主应力/MPa	误差(与理论值比较)/%
四面体(1层)	38.7	3.2
四面体(2层)	38.2	1.9
六面体(1层)	38.9	3.7
六面体(2层)	38.3	2.1

由于篇幅有限,本文仅仅列出了部分 Solid185 和 Solid186 的典型 σ_1 云图,如图 6~13 所示,这些图分别显示出不同单元在 0.5 m 处的应力值 σ_1 。由这些应力云图可以看到,采用不同的单元在 0.5 m 处的应力分布及数值上,都存在一定的误差。

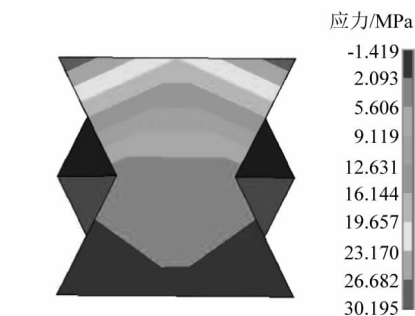


图 6 低阶 2 层四面体 (B-bar, URI, ES, SES) σ_1 云图

Figure 6 σ_1 cloud chart of low order 2 layer tetrahedral (B-bar, URI, ES, SES)

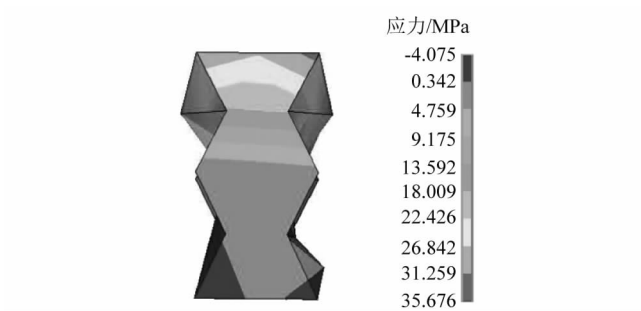


图7 低阶4层四面体(B-bar,URI,ES,SES) σ_1 云图
Figure 7 σ_1 cloud chart of low order tetrahedral(B-bar,URI,ES,SES)

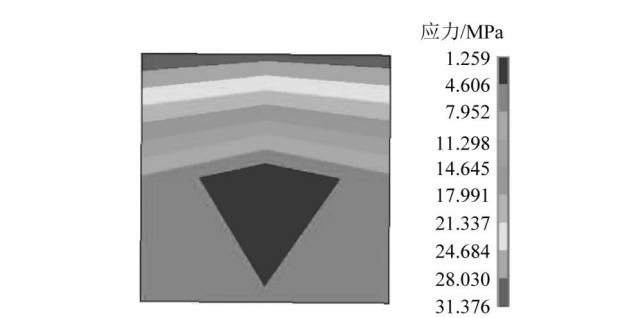


图8 低阶2层六面体(B-bar) σ_1 云图
Figure 8 σ_1 cloud chart of low order 2 layer hexahedron(B-bar)

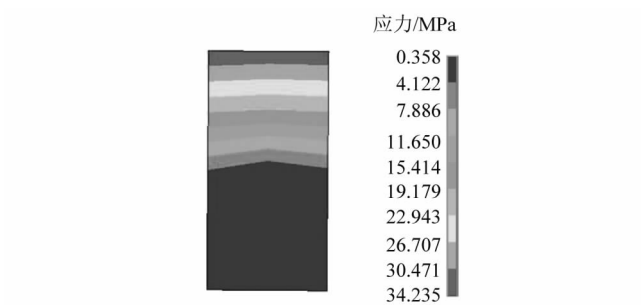


图9 低阶4层六面体(B-bar) σ_1 云图
Figure 9 σ_1 cloud chart of low order 4 layer hexahedron(B-bar)

由表1可知,选择缩减积分(B-bar)不能处理剪切锁定问题,若对低阶单元选择缩减积分,只能通过增加网格的方式来获得更高精度的计算结果。

由图6~8可知,低阶单元在较少的层数下,不能获得正确的应力趋势。

由表2可知,一致缩减积分(URI)在本例中也没有获得良好的结果。由表3和表4可知,虽然增强应变(ES)或简单增强应变(SES)都可以处理剪切锁定问题,但该类单元技术并不能很好的适应四面体网格,

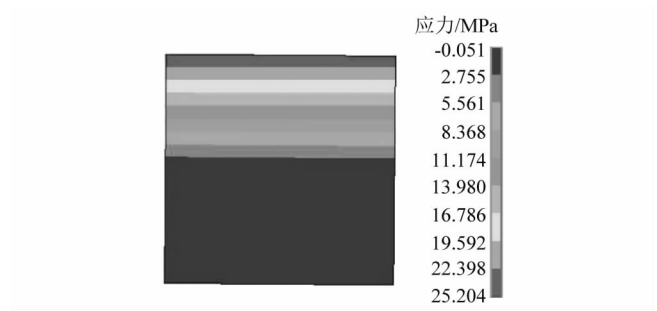


图10 低阶2层六面体(URI) σ_1 云图
Figure 10 σ_1 cloud chart of low order 2 layer hexahedron(URI)

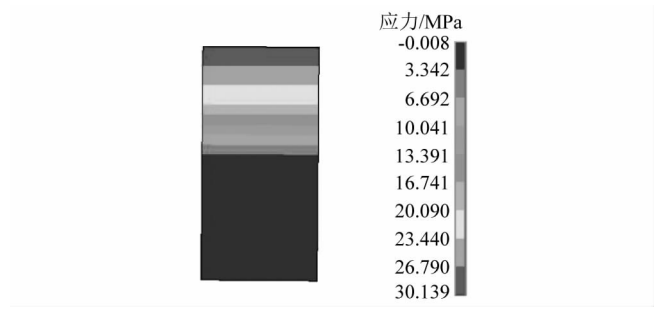


图11 低阶4层六面体(URI) σ_1 云图
Figure 11 σ_1 cloud chart of low order 4 layer hexahedron(URI)

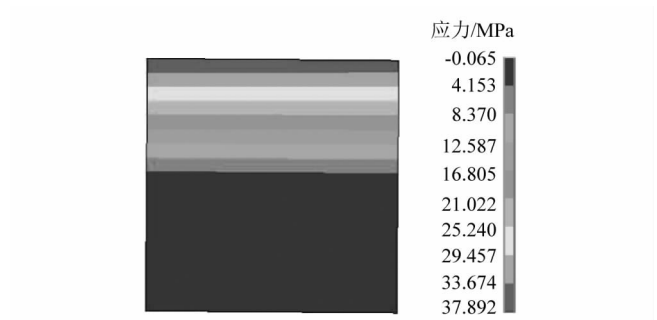


图12 低阶2层六面体(ES) σ_1 云图
Figure 12 σ_1 cloud chart of low order 2 layer hexahedron(ES)

要获得更精确的弯曲应力结果需要增加网格密度。低阶四面体单元无论采用何种单元技术其四层网格计算结果与理论值的最大偏差为-4.5%。

由图8~12可知,对于低阶六面体单元,一致缩减积分(URI)和增强应变(ES)的应力趋势比选择缩减积分(B-bar)好,选择缩减积分和一致缩减积分的低阶六面体没有四面体精度高。若工程中采用了低阶单元,推荐采用增强应变或简化增强应变的六面体单元来计算弯曲应力,其结果精度都在2.1%以内。

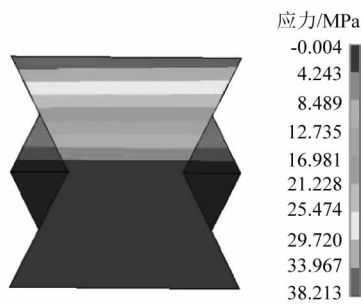
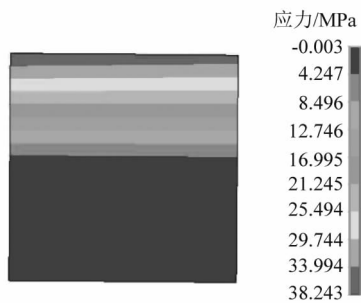
图 13 高阶 2 层四面体 (B-bar) σ_1 云图Figure 13 σ_1 cloud chart of high order
2 layer tetrahedral (B-bar)图 14 高阶 2 层六面体 (B-bar) σ_1 云图Figure 14 σ_1 cloud chart of high order
2 layer hexahedron (B-bar)

图 13 ~ 14 表明了高阶单元不受剪切锁定的影响,其四面体的应力趋势和应力值都与理论值相近。表 5 ~ 6 说明无论采用什么网格形状、层数和单元技术,其与理论值的偏差都在 3.7% 以内。2 层网格厚度的计算精度在 2.1% 以内。这可作为一般工程问题的应用准则,在线性静力学分析当中,应优先选择高阶单元。

3 结语

本文针对细长或薄壁结构的弯曲占优问题,通过对比不同单元技术、单元形状和层数对弯曲应力的影响,总结出了单元技术选择和网格剖分的参考准则:

1) 在线性静力学分析当中,我们应该优先选择带中节点的单元(92, 95, 186, 187)。根据计算无论采用什么网格形状、层数和单元技术,其与理论值的偏差都在 3.7% 以内。

2) 采用 185 单元(四面体,完全积分/缩减积分/增强应变/简化增强应变)4 层网格,计算结果与理论值的最大偏差为 -4.5%,网格层数再增加其结果精度

越高。采用 185 单元(六面体,增强应变/简化增强应变)1 层网格,计算结果与理论值的偏差在 1.6% 之内。

此外,本文还研究了低版本软件中的 45 单元,由于篇幅有限,相关的计算结果就不再列出。对于该单元我们优先选择附加位移的全积分六面体,1 层网格厚度单元的计算结果与理论值偏差为 1.6%;若采用附加位移或无附加位移的全积分四面体,需保证 6 层网格厚度;若采用无附加位移,全积分六面体,需保证 2 层网格厚度。其余形式不推荐使用。

参考文献:

- [1] 龙驭球,赵俊卿. 厚板低阶广义协调矩形元[J]. 清华大学学报(自然科学版),1993,33(2):7-15.
- [2] 孙建东,张伟星. 无单元法在平板弯曲问题中的应用[J]. 青岛理工大学学报,2005,26(6):134-138.
- [3] HINTON E, HUANG H C. A family of quadrilateral Mindlin plate elements with substitute shear strain fields [J]. Computers and constructs,1986,23(3):409-431.
- [4] LIU G R, NGUYEN T T, DAI K Y, et al. Theoretical aspects of the smoothed finite element method [J]. International journal for numerical methods in engineering,2007,71(8):902-930.
- [5] 陈朝晖,郭益,李正良. 无剪切闭锁的厚薄通用板单元[J]. 岩土工程学报,2008,30(4):488-490.
- [6] PINSKY P M, JASTI R V. A mixed finite element formulation for Reissner-Mindlin plates based on the use of bubble functions [J]. International journal for numerical methods in engineering,1989,28(7):1677-1702.
- [7] 王瑞,陈海霞,王广峰. ANSYS 有限元网格划分浅析[J]. 天津工业大学学报,2002,21(4):8-11.
- [8] 王鑫,麦云飞. 有限元分析中单元类型的选择[J]. 机械研究与应用,2009,22(6):43-46.
- [9] 王明强,朱永梅,刘文欣. 有限元网格划分方法应用研究[J]. 机械设计与制造,2004(1):22-24.
- [10] 朱秀娟. 有限元分析网格划分的关键技巧[J]. 机械工程与自动化,2009(1):185-186.
- [11] 杜平安. 有限元网格划分的基本原则[J]. 机械设计与制造,2000(1):34-36.
- [12] 杨小兰,刘极峰,陈旋. 基于 ANSYS 的有限元法网格划分浅析[J]. 煤矿机械,2005(1):38-39.
- [13] 李涛,左正兴,廖日东. 结构仿真高精度有限元网格划分方法[J]. 机械工程学报,2009,45(6):304-308.
- [14] 虞春,周雄辉,张永清. 基于特征的有限元网格划分研究[J]. 机械科学与技术,1999,18(2):210-212.
- [15] 王寿梅,刘智勇. 剪切锁闭的本质及解除方法[J]. 航空学报,1989,10(1):74-77.
- [16] 王平,金江. 工程力学[M]. 北京:科学出版社,2006.