

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2017.02.003

逆向工程中回转体碎片旋转轴提取方法研究

聂博林, 张旭, 车选林

(上海工程技术大学机械工程学院, 上海 201620)

摘要:针对目前回转体碎片特征提取精度不高问题,提出了一种回转体碎片旋转轴估算方法。通过计算主方向的方向矢量,得到纬圆上主方向的方向矢量;通过计算若干对任意2点纬圆主方向上方向矢量的外积,去除粗大误差得到旋转轴矢量的方向范围;然后根据垂直于旋转轴的平面与回转面相交交线是一个圆的几何准则,利用蛮力搜索算法得到回转体点云碎片的旋转轴,通过模式搜索对旋转轴进行了优化。最终得到了一个比较理想的旋转轴。文中提出的算法通过大量实验论证鲁棒性好,并且在保证效率的基础上,提取出的轴精确度较高。

关键词:逆向工程;回转体碎片;旋转轴;方向矢量;蛮力搜索算法

中图分类号:TP391.99

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2017)02-0011-06

Extraction Method of Rotation Axis on Solid of Revolution Fragments in Reverse Engineering

NIE Bolin, ZHANG Xu, CHE Xuanlin

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: For the current fragmentation feature extraction accuracy of the rotating body is not high, a estimation method of the rotation axis of the rotor debris was proposed. By calculating the direction of the main direction vector, the main direction of the direction vector was obtained on the latitude circle. By calculating a number of outer product between any two points on the latitude circle and removing the gross error, the vector direction range of the rotation axis was given. According the geometric criteria that the vertical to the rotation axis surface and the intersecting plane intersection line is a circle, the point cloud of rotation axis debris was obtained by the use of brute force searching algorithm, and the search pattern by rotating shaft was optimized. An ideal axis of rotation was gotten. Through a lot of experiments the algorithm demonstrates that the robustness is well, and the extracted axis has high accuracy on the basis of ensure the efficiency.

Keywords: reverse engineering; rotating body fragments; rotation axis; direction vector; brute force searching algorithm

人类的历史可以通过发现古老的文物来揭示,比如瓷器、陶器等。可是,由于各种原因,当文物破碎成许多块时,关于人类社会的有意义的历史信息难以完整获得。如果对碎片进行拼凑复原,可以恢复隐藏的历史记录。考古遗址中大多数陶瓷是以碎片形式存在,这些碎片大量地混合在一起,如同一个巨大的3D拼图。从数以百计的混合碎片中手动重构文物是一个非常繁琐耗时的过程,需要一个自动重建框架来帮助考古学家。而大多数陶瓷是轴向对称的,因此,如何较为准确地提取回转体碎片的旋转轴是解决问题的第

一步。

实际上,回转体碎片的旋转轴提取也可表征为特征提取,因为旋转轴是回转体中最重要特征之一。国内外许多学者针对这一问题做了大量的研究。Calio^[1]在重构旋转面时,在回转体上下两端各确定一个平面圆,以圆心进行旋转轴估算,并进行一些必要的调整与优化,但是被测物体需要进行一些人为手动的调整。Pottmann等^[2]基于回转体表面所有法矢交于旋转轴线上的性质提出了一种定旋转轴的算法。但这种利用直线几何(line geometry)法在回转体表征为圆环

收稿日期:2016-08-23;修回日期:2016-10-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51205246);浙江省自然科学基金项目(Y1100073)。

第一作者简介:聂博林(1991),男,河南周口人,硕士,主要研究方向为逆向工程及点云配准。E-mail:borlin24@163.com

面时会估算到2根旋转轴^[3]。Berkemeier等^[4]提出了利用主方向传感器与曲率提取旋转轴的方法,但这种方法在逆向工程中并不适用。Pottmann等^[5]提出在曲面类型识别时,可以利用基于法矢的高斯映射图像识别柱面。Menq等^[6]在讨论特征识别时,提到了利用基于法矢的高斯球使曲面特征可视化,从而辅助识别出拉伸曲面的算法。Cooper等^[7-8]在圆模板理论^[9]的基础上首先对碎片分层并用最小二乘原理拟合每一层的点云为圆,再拟合每一层的圆心为一条直线;其次用蛮力搜索算法将点云旋转一定的角度并反复重复以上过程,最终得到较为理想的轴。柯映林等^[10]提出一种基于主方向高斯映射的旋转轴提取算法。通过其所构建的高斯球来获得一个近似大圆的数据来确定旋转轴的方向;再根据旋转面的法矢在垂直于旋转轴的平面内的投影交于一点确定旋转轴空间位置的定位点;最后利用网格投影原理,基于一目标函数及初值采用模式搜索方法对旋转轴进行优化。该方法实际操作起来会比较复杂,其鲁棒性会受到噪声数据的影响。Lai^[11]提出了一种旋转面重构算法,这种算法是对近似逼近算法的改进,但有一定的局限性,对于散乱分布的点云数据有一定的影响,并不是很适合。闫维恒^[12]在坐标转换法的基础上通过随机抽样一致性算法提取旋转轴及其方向。

本文基于主方向及圆模板理论即垂直于旋转轴的平面与回转体相交是一个圆,通过计算主方向的方向矢量,得到纬圆上主方向的方向矢量;再通过计算若干对任意2点纬圆主方向上方向矢量的外积,去除粗大误差得到旋转轴矢量的方向范围;然后根据垂直于旋转轴的平面与回转面相交交线是一个圆的几何准则,利用蛮力搜索算法得到回转体点云碎片的旋转轴;最后通过模式搜索对旋转轴进行优化。通过大量实验论证,算法鲁棒性好,提取出的轴精确度较高。

1 确定旋转轴

回转面可以被看做是许多具有不同半径(取决于 z 轴上回转体的高度)的柱体高度的集合。碎片表面上的每一点都属于一个高度为 h 的圆柱,半径则取决于回转面的轮廓曲线^[13]。

1.1 回转面的主方向与主曲率

如图1所示,在三维欧几里得空间^[14]中的一个表面 S 的任一点 P 可以选取一任一切向量 K_i 。过点 P 可以有无限多个平行于 K_i 的剖切平面,每个剖切平面与曲面相交,其交线为一条平面曲线,每条平面曲线在 P 点有一个曲率。不同的平面曲线在 P 点的曲率一般

是不相等的。这些曲率中,有一个最大和最小的曲率,称之为主曲率,分别用 $k_{\max}$ 和 $k_{\min}$ 表示,用 $a_{\max}$ 和 $a_{\min}$ 分别表示主曲率的主方向。在剖切平面与曲面相交的平面曲线中,把同时又平行于法向量 r 的线,称为曲面 S 关于切向量 K_i 的法截线,所在平面称为法截面。这时面 S 在点 P 处的法向量 r 、法截线在点 P 处的主法向量 r_i 和从法向量 b_i 构成了基本三棱形(Frenet标架) $\{K_i, r_i, b_i\}$ 。法截线的法曲率 $k_r = k \times \cos(r_i, r)$, k 为法截线在点 P 处的曲率。对于任意方向的 $K_i = \cos(r_i, r)a_{\max} + \cos(r_i, r)a_{\min}$,其对应的法曲率 $k_r(K_i) = k_{\max} \times \cos^2(r_i, r) + k_{\min} \times \cos^2(r_i, r)$ 。

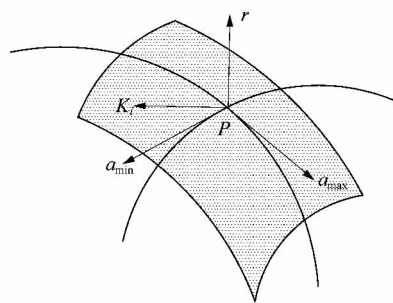


图1 曲面上一点 P 的微分几何特征
Figure 1 Differential geometric features on surface of point P

在形式上,回转面是由一个平面曲线 C 围绕在其平面内的轴线 E 旋转而产生的面。若曲面 S 上一条曲线 l 在每点的切线总沿着在该点的一个主方向,则称 l 为 S 上的一条曲率线。在回转体中,把过旋转轴的平面与回转体相交形成的线称为经线;把垂直于旋转轴的平面与回转体相交所形成的圆称为纬圆。旋转面的经线与纬圆都是曲率线,如图2所示。任何一条纬圆曲线上任意一点处的切矢,都是该曲面在该点处的主方向矢量,且都处于纬圆所在平面内。

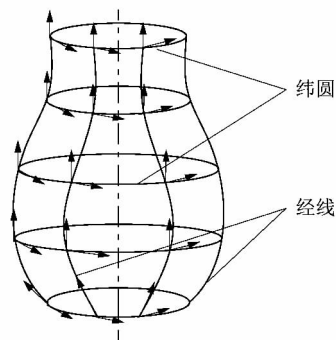


图2 回转体面上的纬圆与经线
Figure 2 Weft circle and meridian of rotating body

通过3个切向量 K_1, K_2 和 K_3 的法截线的法曲率 k_1, k_2 和 k_3 可以计算出点 P 处的主方向与主曲率。如图3所示, Γ_p 为点 P 处的切平面, $k_{\max}$ 和 $k_{\min}$ 为点 P 处的主曲率, $a_{\max}$ 和 $a_{\min}$ 为对应的主方向, θ_1, θ_2 和 θ_3 分别为 K_1 和 $a_{\max}$ 的夹角、 K_1 和 K_2 的夹角、 K_1 和 K_3 的夹角^[15]。

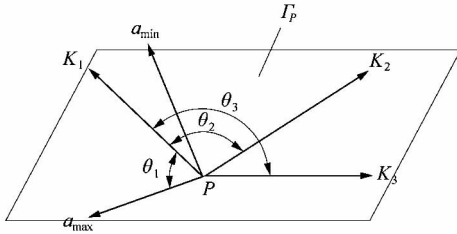


图3 点 P 处的主方向与主曲率分析

Figure 3 Analysis of principal direction and principal curvature at point P

根据曲率性质特征可以得到如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= k_{\max} \cos^2 \theta_1 + k_{\min} \sin^2 \theta_1; \\ k_2 &= k_{\max} \cos^2 (\theta_1 + \theta_2) + k_{\min} \sin^2 (\theta_1 + \theta_2); \\ k_3 &= k_{\max} \cos^2 (\theta_1 + \theta_3) + k_{\min} \sin^2 (\theta_1 + \theta_3). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

结合三角恒等式,可得:

$$\frac{k_1 - k_2}{k_1 - k_3} = \frac{\cos (2\theta_1) - \cos (2\theta_1 + 2\theta_2)}{\cos (2\theta_1) - \cos (2\theta_1 + 2\theta_3)} = \frac{\sin [(2\theta_1 + \theta_3) + (\theta_2 - \theta_3)]}{\sin (2\theta_1 + \theta_3)} \cdot \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_3}.$$

所以可以得到:

$$\tan (2\theta_1 + \theta_3) = \frac{\sin (\theta_2 - \theta_3)}{\frac{k_1 - k_2}{k_1 - k_3} \cdot \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_2} - \cos (\theta_2 - \theta_3)}. \quad (2)$$

解式(1)可以计算出角 θ_1 , 从而确定主曲率的主方向 $a_{\max}$ 和 $a_{\min}$ 。再把计算出的 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和已知的法曲率 k_1, k_2, k_3 代入式(1), 得到主曲率 $k_{\max}$ 和 $k_{\min}$ 。

根据向量的外积原理: $c = a \times b$, c 分别与向量 a 与 b 垂直。对于纬圆曲线上任意2点的切矢都与旋转轴垂直, 并且求其外积可得到一向量 e , 其方向与旋转轴平行。但是由于噪声的影响, 对于纬圆曲线上任意2点得到的 e 方向可能都不相同。随机抽样取 $2n$ (经多次验证, n 取点云总数的 $1/20$) 个点, 通过对纬圆曲线上主方向的 n 对点计算其外积进而可以得到与旋转轴方向一致的 n 个向量 e_i (都单位化并移到原点, 并投影到 xoy 面上), $i = \{1, 2, 3 \cdots n\}$ 。之后计算 e_i 在 zox 面内的角度, 去除粗大误差后, 可以得到一个范围 $D =$

$\{\varphi, \theta\}$, 如图4所示。

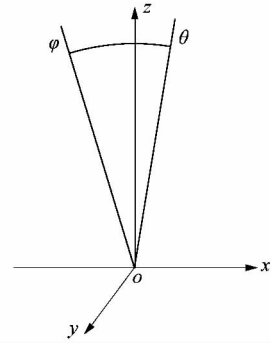


图4 旋转轴的范围

Figure 4 Scope of rotating axis

1.2 旋转轴估算

假设一个给定的点云片段 F 如图5所示, 表示为点 $P = \{P_{ij} \in F\}$ 的集合, 其中 P_{ij} 是第 i 层中的第 j 个点。给定的任意三维方向上, 三维点云被分为厚度 δ (由激光扫描仪的分辨率决定) 的 m 个平面层。根据已经确定的旋转轴方向范围 $D = \{\varphi, \theta\}$ 的基础上, 本小节使用圆模板理论, 估算每个点云片段的旋转轴。

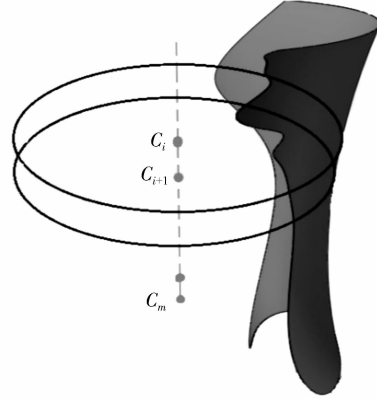


图5 旋转轴计算模型

Figure 5 Calculation model of axis of rotation

1) 计算回转体点云碎片的边界框 (l_x, l_y 和 l_z), 根据实际情况只需要计算出 z 轴上的最大值和最小值, 即最大值点 (x_0, y_0, z_0) 和最小值点 (x_0, y_0, z_0') 。

2) 计算 m 个平行于 xoy 平面的平面层 p_m , 让偏移量 $d_i = i \frac{l_z}{n}$, ($i = \{1, 2 \cdots, m\}$) 平行于 z 轴。因为厚度 $\delta = d_{i+1} - d_i$ 是3D激光扫描仪分辨率的2倍, 所以可计算出 m 。

3) 计算第 i 层的点 v_{p_i} , $i = \{1, 2 \cdots, n\}$, v_{p_i} 是平面层 p_i 与 p_{i+1} 之间的点云层。

4) 绕着 y 轴把这个点云片段 F 旋转 φ 。

5) 对于每一层上的点 v_{p_n} , 都把其三维坐标转换为二维坐标 v'_{p_n} 。

6) 用最小二乘法把 v'_{p_n} 拟合成一个二维圆。其圆心为 x'_{o_n} , 半径为 r' 。与其对应的三维圆的圆心为 x_{o_n} , 半径为 r 。

7) 估计平行于 x 轴的圆心 x'_o 的标准差。

8) 绕着 y 轴(按图4所示)把这个表面旋转 5° , 然后回到第1步(跳过第5步), 直到旋转了 θ 。对于离散的表面, 初始转动角 $\alpha = 5^\circ$ 是根据3D扫描仪的分辨率选择的。当旋转一定角度后, 得到一个最小偏差, 此时旋转的角度为 γ , 最小偏差为 Δ , 圆心为 x_{o_k} (v_{p_k} 的圆心)。

9) 把转动角 α 改为 $\alpha = 1^\circ$, 并在 $D' = \{\gamma - 5^\circ, \gamma + 5^\circ\}$ 的范围内继续转动, 并依此重复以上步骤(跳过第1, 8步)。虽然 α 值越小越能得到完全相同的交点, 但会产生时间的浪费。 $\alpha = 1^\circ$ 是依据实验得到的最优选取。

10) 最后选择平行于 x 轴的有最小偏差的 $x_{o_{k1}}$ ($v_{p_{k1}}$ 的圆心) 作为第一近似转动轴, 并通过最小二乘拟合成一条直线。

根据SOR(successive over relaxation, 逐次超松弛)迭代法的定义, 该直线一定是此碎片的旋转轴。表示为:

$$E_\alpha(D|P) = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} n_i \sum_{j=1}^{n_i} \|p_{ij} - c_i^*\| - \mu_i |^\beta}{\sum_{i=1}^{\eta} n_i} - \alpha \log l^* \quad (3)$$

式中: c_i 是第 i 层与估计轴之间的交点, n_i 为第 i 层内点的数量, 而 $\mu_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \|p_{ij} - c_i^*\|$ 是第 i 层所拟合圆的半径, l^* 是拟合的圆的圆心的数量, η 是一个点云碎片的总层数。

$$\text{在式(3)中} \frac{\sum_{i=1}^{\eta} n_i \sum_{j=1}^{n_i} \|p_{ij} - c_i^*\| - \mu_i |^\beta}{\sum_{i=1}^{\eta} n_i} \text{代}$$

表轴线 D 的对称性成本。如果噪声在点 p_{ij} 处显著, 参数 β 应该较小。 α 是成本函数之间的权重, 根据经验确定为 $\alpha = 1, \beta = 2$ 。所以, 旋转轴 D 的最佳方向估算是:

$$D^* = \{\varphi^*, \theta^*\} = \operatorname{argmin} E_\alpha(\varphi, \theta|P) \quad (4)$$

为了提高运算效率, 该算法通过用相交平面的旋转代替了表面的所有点旋转。由于碎片并不是完全对称的, 所以通过实际的实验表明, 旋转轴最多可以倾

斜 10° 。

在考虑到3D扫描器的噪声和分辨率的情况下, 最小片段大小可以通过估算高斯曲率 $\mu_{\min}$ 所决定。由于碎片并不是完全对称的, 所以最小尺寸有一定的限制, 实际的实验表明, 该碎片的外轮廓周长至少要有完整回转体周长的7% ($\alpha_{\min} = 25^\circ$)。

一个片段的最小高度必须是 δ (连续2层之间的距离)的2倍, 因为在理论上我们只需要2个圆来估计一个轴。根据我们使用的3D扫描器所做的实际实验已经表明, 该碎片高度应至少为10 mm。

另一个限制, 是球形的碎片, 因为球具有一个旋转点, 而不是旋转轴线。因此当圆弧的半径 R_{CA} 等于物体的半径 R_0 时, 计算轴是行不通的。

综上所述, 我们可以估算出最低高度为10 mm、覆盖周长超过7%的回转体碎片的旋转轴。

1.3 旋转轴优化

经过大量验证, 实际上计算的旋转轴会有一定的偏差。

过旋转轴作一个平面, 将点云片段绕计算出的旋转轴旋转并投影到平面上, 然后会在平面上形成具有一定宽度的点云带, 宽度越大说明偏差越大。可以对其进行一定的优化, 尽可能地减少点云带的宽度。本文采用模式搜索^[16-18]的方法来优化计算得到的旋转轴, 建立目标函数 f , 如下:

$$f = \min f(u)。$$

式中 u 为投影面积。运用MATLAB的工具箱里的patternsearch, 可实现模式搜索法。

2 实例分析

为验证算法有效性和鲁棒性, 为了验证文中算法的可行性, 取3块不同位置的实物碎片, 采用0.05 mm精度的模拟数据并得到3块点云数据: 碎片1共45 523个点, 碎片2共37 896个点, 碎片3共40 013个点。利用MATLAB软件, 编写相应的程序, 并对点云进行预处理。通过计算得到的旋转轴, 如图6所示。

同时, 本文还计算了通过算法确定的旋转轴与实际旋转轴的夹角与其距离。

1) 夹角

已知计算得到的旋转轴线 L_1 的方向向量为 $w_1 = (g_1, q_1, t_1)$, 实际旋转轴线 L_2 的方向向量 $w_2 = (g_2, q_2, t_2)$, 其中 $g_1, q_1, t_1, g_2, q_2, t_2$ 为算法中计算出来的具体值, 故其夹角为:

$$\theta_{L_1 L_2} = \arccos \frac{|g_1 g_2 + q_1 q_2 + t_1 t_2|}{\sqrt{g_1^2 + q_1^2 + t_1^2} \times \sqrt{g_2^2 + q_2^2 + t_2^2}}$$

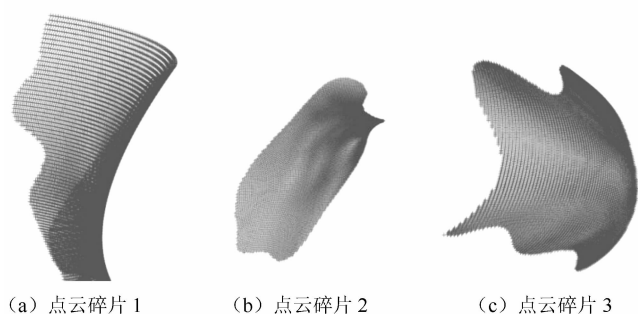


图6 点云碎片

Figure 6 Point cloud of pieces

2) 距离

计算时可以把 L_1 和 L_2 当做异面直线处理,已知 L_1 和 L_2 方程分别为:

$$\frac{x-x_1}{g_1} = \frac{x-y_1}{q_1} = \frac{x-z_1}{t_1}; \quad \frac{x-x_2}{g_2} = \frac{x-y_2}{q_2} = \frac{x-z_2}{t_2}.$$

点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 分别是 L_1 和 L_2 上一点,故 L_1 与 L_2 之间的距离为:

$$d_{L_1 L_2} = \frac{|(\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2) \times \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2|}{|\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2|}.$$

当 $d_{L_1 L_2} = 0$ 时, L_1 与 L_2 相交。

其点云的数据特征如表1所示。

表1 不同算法下的旋转轴比较

Table 1 Comparisons of rotating axis under different algorithms

算法比较	与实际轴夹角/(°)			与实际轴距离/mm		
	点云	点云	点云	点云	点云	点云
	碎片1	碎片2	碎片3	碎片1	碎片2	碎片3
Pottmann	13.71	20.14	15.37	6.42	7.23	7.64
Cooper	7.88	6.92	9.25	2.17	2.47	2.26
本文算法	1.73	1.26	2.12	1.19	0.95	0.87

为了检验算法的鲁棒性,本文还采用精度为 0.1 mm 和测量精度为 0.01 mm 的另外 2 组实验数据进行配准计算,所得结果如表2所示。

表2 不同精度下的旋转轴比较

Table 2 Comparisons of rotating axis under different precision

精度等级/mm	与实际轴夹角/(°)			与实际轴距离/mm		
	点云	点云	点云	点云	点云	点云
	碎片1	碎片2	碎片3	碎片1	碎片2	碎片3
0.01	1.94	1.25	2.36	1.04	1.20	1.17
0.05	1.73	1.26	2.12	1.19	0.95	0.87
0.10	1.83	1.34	1.99	0.68	0.94	0.89

通过 2 组数据比较发现,本文算法得到的旋转轴精度更高,并且有很好的鲁棒性。

3 结语

针对目前回转体碎片旋转轴的估算问题,提出了新的算法,为后续的回转体碎片拼接提供了良好的支持;根据回转面主方向上纬圆的几何约束关系,提出利用圆模板理论并结合最小二乘法估算回转面的旋转轴,通过大量实验并与目前常用算法的计算结果比较,证明本文算法具有可行性、精确性;通过在不同精度激光扫描仪下计算的结果比较,证明该算法具有很强的抗噪声能力,鲁棒性很好。文中只是对较大的,有一些回转特征的碎片进行了研究,对于较小的,或者是平面碎片和球面碎片并不适用,还需要进一步地研究。

参考文献:

- [1] CALIO F, MORONI G, RASELLA M. A particular class of spline in reconstruction of revolution surface from 3D data measured by CMM [J]. Robotics and computer-integrated manufacturing, 2003, 19 (1/2): 219-224.
- [2] POTTMANN H, RANDRUP T. Rotational and helical surface approximation for reverse engineering [J]. Computing, 1998, 60 (4): 307-322.
- [3] QIAN Xiaoyuan, HUANG Xuegang. Reconstruction of surfaces of revolution with partial sampling [J]. Journal of computational and applied mathematics, 2004, 163 (1): 211-217.
- [4] BERKEMEIER M D, FEARING R S. Determining the axis of a surface of revolution using tactile sensing [J]. IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence, 1993, 15 (10): 1079-1087.
- [5] POTTMANN H, LEOPOLDESEDER S, HOFER M. Registration without ICP [J]. Computer vision and image understanding, 2004, 95 (1): 54-71.
- [6] MENQ C, Chen F L. Curve and surface approximation from CMM measurement data [J]. Computer and engineering, 1996, 30 (2): 211-225.
- [7] SON K, ALMEIDA E B, COOPER D B. Axially symmetric 3D pots configuration system using axis of symmetry and break curve [C]//2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Washington DC: IEEE Computer Society, 2013: 257-264.
- [8] HAN Dongjin, COOPER D B, HAHN Hemssoo. Fast axis estimation from a segment of rotationally symmetric object [C]//2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Washington DC: IEEE Computer Society, 2012: 1154-1161.
- [9] MARA H, SABLATNIG R. Orientation of fragments of rotationally symmetrical 3D-shapes for archaeological documentation [C]//Third International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission. Chapel Hill, USA: IEEE, 2006: 1064-1071.
- [10] 柯映林, 李岸. 基于主方向高斯映射的旋转面特征提取 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 2006, 40 (6): 942-946.
- [11] LAI Jiingyih, UENG Wender. Reconstruction of surfaces revolution from measured points [J]. Computer in industry, 2000, 41 (2): 147-161.

(下转第 19 页)