

[新设备·新材料·新方法]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2017.03.016

连续小线段局部光顺插补算法

陈阳, 张立强, 李东

(上海工程技术大学 机械工程学院, 上海 201620)

摘要:连续小线段是目前国内机床加工最常用的刀具路径形式,针对连续小线段路径的不连续性造成的机床速度、加速度剧烈波动,笔者提出了新的局部光顺算法。首先运用有理 Bezier 曲线对小线段连接处进行光顺插补和光顺转接,实现了过渡光顺的 G^3 连续;然后运用生成的新的刀具路径,考虑弓高误差和近似误差的影响,建立误差分配模型;综合考虑 2 种误差影响的情况,根据机床法向加速度等约束进行速度插补。仿真验证表明误差分配模型能更好地保证综合误差不超过给定精度。模型具有有效性。

关键词:五轴加工; G^3 连续; 弓高误差; 近似误差

中图分类号: TG659

文献标志码: A

文章编号: 1005-2895(2017)03-0071-05

Local Interpolation Method for Continuous Small Line Segments

CHEN Yang, ZHANG Liqiang, LI Dong

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: Continuous small line is the most commonly used machining tool path. In this paper, a new local smoothing interpolation method was proposed to solve the violent wave of speed and acceleration, caused by discontinuity of continuous small line segments. We first used rational Bezier curve to smooth the small line segments and realize the G^3 continuous. Then, the error distribution model was established by using the new tool path, considering the influences of chord error and approximate error. Considering the influences of this two kinds of errors, the velocity interpolation was carried out according to normal acceleration of the machine tool. Finally, the simulation results show that error distribution model can better guarantee the integrated error not exceed the given accuracy. The model is valid.

Keywords: five-axis machining; G^3 continuous; chord error; approximate error

线性刀具路径仍然是工业中应用最广泛的刀具路径形式,但线性刀具路径在转角处的一阶不连续的特性,给加工过程带来了速度波动大及加速度突变的难题。所以,转角速度的平滑一直是连续小线段路径插补的重大难题。

前瞻功能最先用来解决这一难题,在国外商业数控系统中,如日本 FANUC 系统、德国西门子系统等一些高档的数控系统中早已有了应用,但是技术上是严格保密的。参数化曲线插补算法能够有效提高加工效率和加工精度,正在被越来越多的学者研究。然而只有少量的商业 CAD/CAM 软件如 UG 和 CAXA 具有输出样条参数曲线形式的 NC 代码,而且这些参数曲线 NC 代码只能被部分指定数控系统识别。因此,将

线性刀路转化为参数化曲线刀路被更多学者关注。

在数控系统中用平滑的参数化曲线取代仅有位置连续的线性刀路是降低速度波动,提高加工效率的有效方法。例如日本 Mazatrol 数控系统中,提供了将小线段刀具路径实时转化为样条处理的功能,开启样条平滑功能后,加工时间缩短 15%,且具有更平滑的速度曲线。公开文献也表明,已有大量的研究人员提出用参数化曲线取代线性刀具路径的方法。例如 Bezier 曲线, NURBS 曲线, Hermite 曲线和 B 样条曲线。Wang 等^[1]利用 Yau 等^[2]提出的拟合判据,扩展其光顺方法,采用 NURBS 曲线对刀位点进行拟合,每次可以处理更多的刀位点,然而由于实时计算能力的约束,每次拟合的刀位点最多为 20 个,而且相邻的拟合

收稿日期: 2016-10-24; 修回日期: 2017-02-08

第一作者简介: 陈阳(1992),男,江苏泰兴人,硕士研究生,主要研究方向为刀具路径规划。E-mail: 502377266@qq.com

NURBS 曲线段间也没有考虑衔接问题,故仍存在着一阶不连续的问题。他们后来又开发了 NURBS 曲线拟合法,将识别出的光滑刀具路径实时拟合为 NURBS 曲线,保证刀路的 C^2 连续,但 NURBS 曲线的位置与参数之间的关系比较复杂,只能采用采样法来检验拟合误差,难以保证精度要求。这 2 种方法共同的问题在于只能处理相对比较光滑的刀具路径,且光滑块的定义取决于人工指定。文献[3-4]中,通过采用折线过渡的方法,在每段路径段末剩余不足一个插补周期余量时,采用折线段直接过渡到下一路径段的始端,该折线段的长度为一个插补周期的进给量,通过分析过渡三角形,得出了过渡误差的近似计算方法,同时获得了衔接速度的约束模型,该方法虽然可以有效的提高实际进给速度,但由于光滑后的路径段仍是一阶不连续,因而速度方向突变问题仍无法解决。为实现 G^1 连续,文献[5-6]分别通过插入空间圆弧的方法对相邻路径段间拐角进行光滑。Bi^[7]等提出了一种解析式表达的三次 Bezier 曲线转角过渡算法,实现了曲率连续的刀路光滑。Zhao^[8]等利用 5 个控制点的三次 B 样条曲线实现了连续线段的转角光滑。通过调整控制点,能够准确地控制拐角处的逼近误差。石璟^[9]等提出了一种基于 PH 曲线的三轴刀路转角光滑方法。虽然上述 3 种方法能够计算出逼近误差和参数曲线的最大曲率,但是由于逼近误差和弓高误差不能被同时约束,因此,不能将路径误差控制在给定的最大误差范围内。同时各学者在过渡曲线的选用过程中,更多的考虑的是 G^2 连续,即曲率连续。笔者在已知控制点的情况下,通过有理 Bezier 曲线对实现了过渡光滑的 G^3 连续,即为挠率连续。

研究表明,用参数曲线对小线段衔接处进行光滑是实现连续小线段路径高速加工的重要方法,而理想的刀具路径光滑算法应该同时满足以下特点:

- 1) 近似误差与曲率极值可以解析表达;
- 2) 综合考虑近似误差和弓高误差;
- 3) 路径上各点切矢、曲率与挠率连续,且算法可以实时在线执行。

笔者在目前的研究基础上,提出了基于转角误差分配模型的 Bezier 过渡曲线对局部光滑过渡算法,并利用误差分配模型,对转角速度进行优化,同时考虑了机床各轴的伺服能力约束,实现对刀具路径的实时插补。具体内容安排如下:①用有理 Bezier 曲线,实现过局部小线段的 G^3 连续;②基于误差分配模型的光滑算法;③利用仿真和实验进行验证;④给出了本章小结。

1 有理 Bezier 曲线与 G^3 连续

文献提出了一种能够解析表达的曲率连续 Bezier 路径光滑算法,用一条 Bezier 曲线对线性路径转角进行光滑。在此基础上,文中介绍了一种用 2 条 Bezier 曲线光滑路径转角的方法,该 2 条 Bezier 曲线是利用 De Casteljau's 算法^[10]将曲率连续的单条 Bezier 曲线在曲率最大处分割形成的。分割成 2 条 Bezier 曲线后,用有理 Bezier 曲线,在不改变控制点的情况下,通过调整曲线的形状参数,使 2 条曲线实现 G^3 连续。

如图 1 所示,2 条相连线段 P_1P_2 与 P_2P_3 ,它们的单位方向矢量分别为 T_1 和 T_2 ,2 个矢量之间的夹角为 θ 。线段上的过渡曲线长度为 $d_1 = \|B_{i0}P_2\|$ 和 $d_2 = \|B_{j3}P_2\|$,为了方便计算,假设 $d_1 = d_2 = d$,则 Bezier 过渡曲线对的控制点分别为 $B_{i0}, B_{i1}, B_{i2}, B_{i3}$ 和 $B_{j0}, B_{j1}, B_{j2}, B_{j3}$ 。

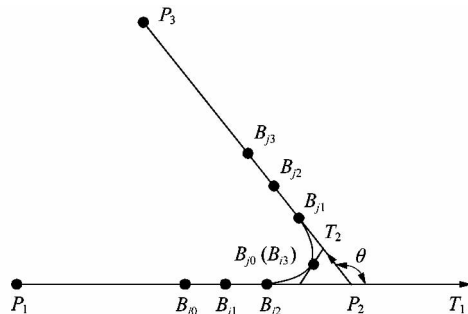


图 1 Bezier 过渡曲线对

Figure 1 Bezier transition curve pair

其中:

$$\begin{aligned} B_{i0} &= P_2 - dT_1, \\ B_{i1} &= P_2 - 0.5dT_1, \\ B_{i2} &= P_2 - 0.25dT_1, \\ B_{i3} &= P_2 + 0.125d(T_2 - T_1); \\ B_{j0} &= P_2 + dT_2, \\ B_{j1} &= P_2 + 0.5dT_2, \\ B_{j2} &= P_2 + 0.25dT_2, \\ B_{j3} &= P_2 + 0.125d(T_2 - T_1). \end{aligned}$$

在确定控制点之后,问题就转变成控制点确定,让 2 条曲线实现 G^3 连续的问题。一条平面有理三次 Bezier 曲线可以表示成如下的形式:

$$r(t) = \frac{P(t)}{w(t)} = \frac{w_0 B_0^3(t) P_0 + w_1 B_1^3(t) P_1 + w_2 B_2^3(t) P_2 + w_3 B_3^3(t) P_3}{w_0 B_0^3(t) + w_1 B_1^3(t) + w_2 B_2^3(t) + w_3 B_3^3(t)} \quad (1)$$

式中: $B_i^3(t)$ ($i=0,1,2,3$) 是三次 Bernstein 多项式基函数; w_i ($i=0,1,2,3$) 是非负的常实数,称为权或权

因子, $P_i (i=0,1,2,3)$ 为给定的控制顶点, t 为参数曲线的参数 ($0 \leq t \leq 1$)。有理 Bezier 曲线在控制点已经确定的情况下, 曲线表达式中的 4 个权因子, 仅有 2 个是独立的。一般讲这 2 个参数称为他的形状参数, 一般表示为:

$$\sigma_1 = \frac{w_0 w_2}{w_1^2}; \quad (2)$$

$$\sigma_2 = \frac{w_1 w_3}{w_2^2}。 \quad (3)$$

对于有理 Bezier 曲线, 如果他们具有相同的控制点, 即使他们具有不同的权因子, 但只要 2 个形状参数是一样的, 则 2 条曲线是重合的。也就是说形状参数 σ_1, σ_2 决定着曲线的形状。 $r(t)$ 端点处的各阶导向量都可以计算得到。

计算出端点处的各阶向量后, 接下来讨论 2 条有理 Bezier 完成 G^3 连续需要达到的条件。如图 2 所示, 给定三维欧氏空间 7 个点 $P_0 \sim P_6$, P_3 为公共控制点。按照上文所给出的有理 Bezier 曲线的公式得出 2 条曲线的表达式如下:

$$r_1(t) = \frac{\sum_{i=0}^3 w_i B_i^3(t) P_i}{\sum_{i=0}^3 w_i B_i^3(t)} \quad (0 \leq t \leq 1); \quad (4)$$

$$r_2(s) = \frac{\sum_{i=0}^3 w_i B_i^3(t) P_{i+3}}{\sum_{i=0}^3 w_i B_i^3(t)} \quad (0 \leq s \leq 1)。 \quad (5)$$

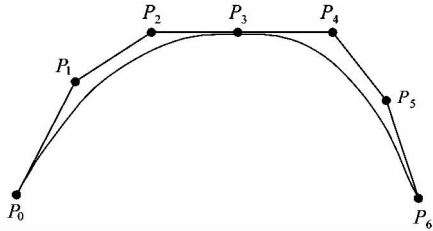


图 2 2 条连续的有理 Bezier 曲线

Figure 2 Two continuous rational Bezier curves

首先需要 2 条曲线在公共点 P_2 满足 G^2 连续, 根据文献[10] 2 条曲线如果需要满足 G^2 , 则需要满足下面 2 个条件:

$$\frac{w_2}{w_3} P_2 P_3 = k_1 \frac{\bar{w}_1}{w_0} P_3 P_4; \quad (6)$$

$$P_1 P_3 = -\frac{w_3}{w_1} \left\{ \left(6 \frac{w_2}{w_3} - 18 \frac{w_2^2}{w_3^2} \right) P_2 P_3 + k_1^2 \left[6 \frac{\bar{w}_2}{w_0} P_3 P_5 + \left(6 \frac{\bar{w}_1}{w_0} - 18 \frac{\bar{w}_1^2}{w_0^2} \right) P_3 P_4 \right] + 3 k_2 \frac{\bar{w}_1}{w_0} P_3 P_4 \right\}。 \quad (7)$$

式中: k_1, k_2 是常数, w_i 表示第 1 条曲线的权因子, $\bar{w}_i$ 表示第 2 条曲线的权因子。

即 P_2, P_3, P_4 这 3 点共线, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 这 5 点共面。

由式(7) 等号两边同时叉乘 P_2, P_3 , 并用形状参数来表达可以得到公式:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{S_{345}^{\Delta} l_{23}^3}{S_{123}^{\Delta} l_{34}^3}。 \quad (8)$$

式中: S_{345}^{Δ} 表示点 P_3, P_4, P_5 所组成的三角形的面积; S_{123}^{Δ} 表示点 P_1, P_2, P_3 所组成的三角形的面积; l_{23} 表示线段 $P_2 P_3$; l_{34} 表示线段 $P_3 P_4$ 。

上式给出了 2 条有理 Bezier 曲线, 其中 σ_i 表示第 1 条曲线的形状参数, $\bar{\sigma}_i$ 表示第 2 条曲线的形状参数。在公共点处能够满足 G^2 连续所需要满足的条件。但是如果需要在公共点处满足 G^3 连续还需要满足下式:

$$\frac{\frac{w_0 w_2}{w_1^2} \cdot \left(\frac{w_1 w_3}{w_2^2} \right)^3}{\left(\frac{\bar{w}_0 \bar{w}_2}{\bar{w}_1^2} \right)^3 \cdot \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_3}{\bar{w}_2^2}} (P_0 P_1 \times P_2 P_3) \cdot P_1 P_3 = (P_3 P_4 \times P_3 P_6) \cdot P_3 P_5 \cdot \left(\frac{|P_2 P_3|}{|P_3 P_4|} \right)^6。 \quad (9)$$

即要求 7 个点 $P_0 \sim P_6$ 必须共面。

用形状参数可以表示为更直观的形式:

$$\frac{\sigma_1 \sigma_2^3}{\bar{\sigma}_1^3 \bar{\sigma}_2} = \frac{V_{346,5}}{V_{023,1}} \cdot \frac{l_{23}^6}{l_{34}^6}。 \quad (10)$$

式中: $V_{023,1}$ 表示以 $\triangle P_0 P_2 P_3$ 为底面, 以 P_1 为顶点四面体的体积; $V_{346,5}$ 表示以 $\triangle P_3 P_4 P_6$ 为底面, 以 P_5 为顶点四面体的体积。

由 2 段相邻有理三次 Bezier 曲线在公共点处达到 G^3 连续的公式及挠率公式可以计算出, 此时在公共点处 2 段曲线的挠率是相同的, 所以空间曲线 G^3 连续的充要条件是挠率连续。但公式(9) 和(10) 只适用于 P_0, P_1, P_2 和 P_3 , 并且 P_3, P_4, P_5, P_6 也不共面的非平面曲线情况。但文中的控制多边形共面, 假设其公共平面为 π , 那么这种情况可以这样处理:

将 P_0 点沿着 π 法向 n 方向做一个小绕道变为 P_0' 。同理将 P_6 也变换成 P_6' , 则

$$P_0' = P_0 - \varepsilon n, \quad (11)$$

$$P_6' = P_6 + \varepsilon n。 \quad (12)$$

式中: $\varepsilon > 0$ 是个无穷小量, 则对于空间四边形 $P_0', P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6'$ 成立, 再令 ε 趋向于 0, 得

$$\frac{\sigma_1 \sigma_2^3}{\bar{\sigma}_1^3 \bar{\sigma}_2} = \frac{(P_3 P_4 \times P_3 P_5) \cdot n}{n \cdot (P_1 P_3 \times P_1 P_3)} \cdot \left(\frac{|P_2 P_3|}{|P_3 P_4|} \right)^6 =$$

$$\frac{S_{345}^{\Delta}}{S_{123}^{\Delta}} \cdot \frac{l_{23}^6}{l_{34}^6} \quad (13)$$

联合式(8)和式(13)可以得到

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{(S_{123}^{\Delta})^2}{(S_{345}^{\Delta})^2} \cdot \frac{l_{34}^3}{l_{23}^3} \quad (14)$$

所以对于平面控制顶点来说,通过式(8)和式(14)选择形状参数 $\sigma_1, \sigma_2, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2$ 就可以使相邻的2段有理三次Bezier曲线达到 G^3 连续。

由上文给出的有理Bezier曲线公式可以计算出Bezier过渡曲线对的最大近似误差为:

$$\varepsilon = \|B_{i3} - P_2\| = \|P_2 - B_{j0}\| = \frac{1}{4}d \sin \beta \leq \varepsilon_{ap} \quad (15)$$

式中 β 为2条连续小线段之间的夹角,且 $\beta \in [0, \pi]$ 。

当近似误差约束值由误差分配模型确定后,过渡长度 d 由近似误差约束值 ε_{ap} 限制。同时Bezier过渡曲线对的最大曲率误差 $\kappa_{\max}$ 也可由公式表达:

$$d \leq 4\varepsilon_{ap} \cos \beta; \quad (16)$$

$$\kappa_{\max} = \kappa_1(1) = \kappa_2(0) = \frac{8 \sin \beta}{3d \cos^2 \beta} \quad (17)$$

2 误差分配模型

2.1 误差源分析

使用有理Bezier曲线来进行路径光顺插补,就必然会产生近似误差和弓高误差。如图3所示, $P_i D_i$ 段表示光顺近似误差 ε_{ap} , $N D_i$ 段表示弓高误差 ε_{ch} 。这2种误差是路径光顺过程中的主要误差源。目前的研究都是分别考虑近似误差和弓高误差的影响,通过给定精度范围分别限制这2个误差,容易导致最终综合误差超出给定的精度范围。笔者同时考虑2种误差的影响,通过优化分配将综合误差控制在给定的精度范围。

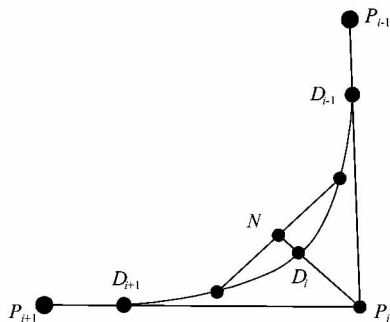


图3 近似误差与弓高误差

Figure 3 Approximate error and chord error

2.2 误差优化分配

综合考虑光顺近似误差 ε_{ap} 和弓高误差 ε_{ch} ,让综合误差小于给定精度 $\varepsilon_{\max}$,表达式为:

$$\varepsilon_{ap} + \varepsilon_{ch} \leq \varepsilon_{\max} \quad (18)$$

最大过渡速度表达式为

$$f_{Tr, \max} = \min \left(\sqrt{\frac{A_{\max}}{\kappa_{\max}}}, 2 \sqrt{\frac{2\varepsilon_{ch}}{\kappa_{\max}} - \varepsilon_{ch}^2 / T_s} \right) \approx \min \left(\sqrt{\frac{A_{\max}}{\kappa_{\max}}}, \sqrt{\frac{8\varepsilon_{ch}}{\kappa_{\max}} / T_s} \right) \quad (19)$$

式中: T_s 是插补周期; $A_{\max}$ 是最大法向加速度约束值。

由过渡Bezier曲线的最大曲率表达式知,Bezier过渡曲线对的最大曲率取决于小线段转角处的光顺近似误差,近似误差的大小和最大曲率的大小成正比。所以提高近似误差,可以降低机床法向加速度对速度的约束。同样减少弓高误差,也可以提高进给速度。所以如果需要通过提高进给速度,分配光顺近似误差与弓高误差的大小,来保证综合误差小于给定的精度条件,就显得尤为重要。又因为当 $\varepsilon_{ch} = A_{\max} T_s^2 / 8$ 时,有

$\sqrt{\frac{A_{\max}}{\kappa_{\max, P}}}, \sqrt{\frac{8\varepsilon_{ch}}{\kappa_{\max, P}} / T_s}$,所以过渡速度最大时 ε_{ap} 和 ε_{ch} 值为:

$$\varepsilon_{ch} = \begin{cases} A_{\max} T_s^2 / 8, & \text{假如 } \varepsilon_{\max} \geq A_{\max} T_s^2 / 4; \\ \varepsilon_{\max} / 2, & \text{其他;} \end{cases} \quad (20)$$

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{ch}$$

公式(20)在给定机床最大法向加速度的约束值 $A_{\max}$ 与插补精度约束值 $\varepsilon_{\max}$ 的情况下就可以计算出弓高误差和近似误差的大小。且该模型只需要在光顺插补前计算一次。

2.3 路径局部光顺

根据上文给出的光顺方法,对连续小线段路径进行局部光顺,将原来的刀具路径构造成由线段和Bezier曲线构成的新的刀具路径如图4所示。图中可以看出最大曲率一定出现在过渡Bezier曲线对处,在这些位置进给速度由于机床法向加速度的约束,会达到局部最小值。

3 仿真

如图5所示,以一条空间的三维线性轨迹为例进行仿真验证。原始轨迹由空间中的5个点定义,这些点的坐标为 $\{(0, 0, 0), (0.5, 0.0, 0.0), (1.0, 0.4, 0.4), (0.6, 0.9, 0.8), (0.1, 0.9, 0.8)\}$ 。设定轮廓精度为0.05 mm,数控系统的插补周期为0.004 s, X, Y

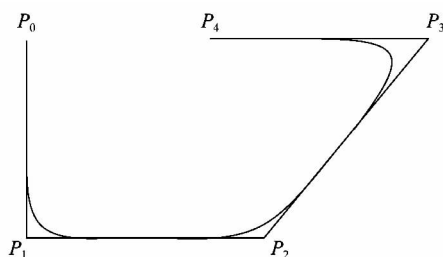
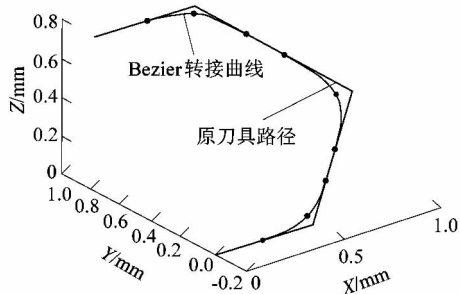


图4 光顺刀具路径

Figure 4 Smooth tool path

和 Z 轴最大加速度和机床最大法向加速度均为 $3.6 \times 10^7 \text{ mm/min}^2$, X , Y 和 Z 轴最大进给速度为 $6\,000 \text{ mm/min}$, NC 程序中给定的进给率 F 为 $5\,000 \text{ mm/min}$ 。

图5 三维线性刀路 G^3 连续光顺曲线Figure 5 G^3 continuous curve of three dimensional linear tool path

运用插补方法,进行刀具轨迹路径光顺,然后运用误差分配模型,综合考虑弓高误差和近似误差的约束,进行插补计算得到的3种误差曲线,误差均满足设定精度要求 0.05 mm 。误差曲线如图6所示。

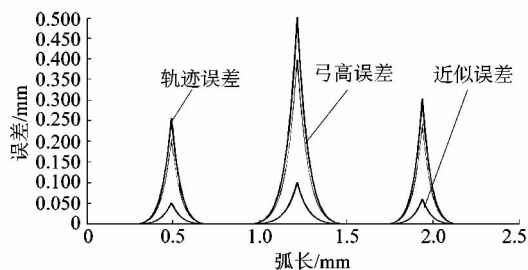


图6 文中算法生成的误差曲线

Figure 6 Error curve generated by proposed algorithm

在弓高误差和近似误差单独控制的情况下,虽然弓高误差和近似误差都满足给定要求,但是综合误差超出了给定精度范围。详见图7。

4 结语

针对五轴线性刀具路径光顺及参数样条插补存在的问题,笔者提出了一种在工件坐标系下基于转角过

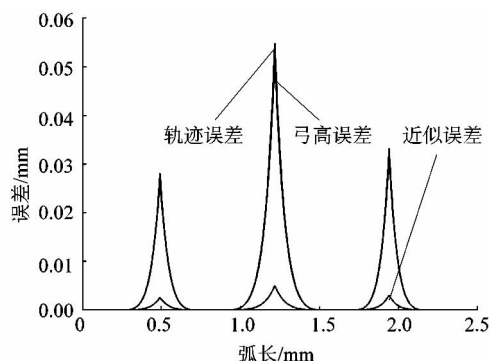


图7 不使用误差分配模型的误差曲线

Figure 7 Error curve without error distribution model
渡速度优化的五轴连续小线段转角曲线过渡插补方法,该方法通过在线段连接处插入2条有理Bezier曲线实现了小线段转接处的 G^3 连续。保证刀具路径的整体速度和加速度的相对稳定。同时为了在保证轮廓精度的前提下获得最优速度,笔者还提出了一种同时考虑弓高误差和近似误差的优化分配模型。运用此模型仿真,将考虑误差分配模型与传统方法进行比较,验证了模型的有效性。

参考文献:

- [1] WANG Junbin, YAU Hongtong. Real-time NURBS interpolator: application to short linear segments [J]. International journal of advanced manufacturing technology, 2009, 41 (11): 1169 - 1185.
- [2] YAU H T, WANG Junbin. Fast Bezier interpolator with real-time lookahead function for high-accuracy machining [J]. International journal of machine tools and manufacture, 2007, 47 (10): 1518 - 1529.
- [3] ZHANG W, ZHANG Y F, GE Q J. Interference-free tool path generation for 5-axis sculptured surface machining using rational Bezier motions of a flat-end cutter [J]. International journal of production research, 2005, 43 (19): 4103 - 4124.
- [4] 叶佩青, 赵慎良. 微小直线段的连续插补控制算法研究 [J]. 中国机械工程, 2004, 15 (15): 1354 - 1356.
- [5] 杨开明, 石川, 叶佩青, 等. 数控系统轨迹段光滑转接控制算法 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47 (8): 1295 - 1299.
- [6] 熊俊良. 数控铣微直线加工的算法 [J]. 先进制造技术, 2004, 23 (6): 25 - 26.
- [7] BI Qingzhen, JIN Yongqiao, WANG Yuhua, et al. Retracted: an analytical curvature-continuous Bezier transition algorithm for high-speed machining of a linear tool path [J]. International journal of machine tools and manufacture, 2012, 57: 55 - 65.
- [8] ZHAO Huan, ZHU Limin, DING Han. A real-time look-ahead interpolation methodology with curvature-continuous B-spline transition scheme for CNC machining of short line segments [J]. International journal of machine tools and manufacture, 2013, 65: 88 - 98.
- [9] 石琛. 面向五轴加工轨迹的曲率连续光顺及其插补方法研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2014: 79 - 84.
- [10] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2013.