[研究・设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2018.05.001

基于多物理场耦合的夹心式压电换能器优化设计

付 勇,陈 晔,张伟民

(南京工业大学 机械与动力工程学院, 江苏 南京 211816)

摘 要:针对传统解析法在压电换能器设计中存在适用范围窄、计算繁琐以及结果不精确等缺点,提出了基于 Comsol 的 换能器优化设计。为得到夹心式压电换能器的初步尺寸,笔者基于一维细棒振动和 Mason 等效电路理论得到了换能器 的频率方程和前后振速比公式;结合实际工况选定材料后利用 1stOpt 对前盖板的隐函数进行求解,设计了换能器的结构 参数;基于 Comsol Multiphysics 的压电耦合模块对设计的换能器进行动力学仿真研究,得到了换能器的特征频率、相应振 型以及正反谐振频率、基频频率和最高电导值,从而获得了换能器的节面高度、品质因数以及动态电阻等参数。模拟结 果得出换能器相应参数与设计值有一定误差,可利用 Comsol 优化模块对前后盖板尺寸进行修正。结果表明改进后的换 能器频率与设计值误差为 0.067%,且节面位于陶瓷晶堆中间位置。该方法可以有效提高换能器的使用性能和缩短研 制周期,对压电换能器的优化设计有一定的参考意义。

关 键 词:压电换能器;一维细棒振动理论;Mason 等效电路;Comsol 软件;电压方程 中图分类号:TB552 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2895(2018)05-0001-09

Design and Optimization of Sandwich Piezoelectric Transducer Based on Comsol Multiphysics

FU Yong, CHEN Ye, ZHANG Weimin

(School of Mechanical and Power Engineering, Nanjing Tech University, Nanjin, 211816, China)

Abstract: Aiming at the shortcomings of traditional analytical methods in designing piezoelectric transducers, such as narrow application range, complicated calculation and inaccurate results, the optimal design of transducer based on Comsol is proposed. In order to obtain the preliminary dimensions of the sandwich piezoelectric transducer, the frequency equation and the velocity ratio formula of the transducer were obtained based on the one-dimensional fine rod vibration and the Mason equivalent circuit theory. Combined with the actual working conditions, the hidden function of the front cover plate was solved by 1stOpt and the structural parameters of the transducer were designed. The dynamic simulation of the designed transducer was studied based on the piezoelectric coupling module of Comsol Multiphysics. The characteristic frequency and the corresponding vibration mode, the positive and negative resonant frequency, the fundamental frequency and the highest conductance value were calculated, thereby obtaining the position of the transducer's nodal section, quality factor and dynamic resistance. The simulation results show the certain errors between the corresponding parameters of transducer and the design value. The size of the front and rear cover plate was corrected based on the Comsol optimization module. The results show that the error of the improved transducer frequency and the design value is 0.067%, and the nodal plane is located in the middle position of the ceramic crystal pile. The method can effectively improve the performance and shorten the development cycle of transducers, which is of guiding significance to the optimal design of piezoelectric transducers.

Keywords: piezoelectric transducer; one-dimension fine rod vibration theory; Mason equivalent circuit; Comsol; piezoelectric equation

收稿日期:2018-05-08;修回日期:2018-07-16

第一作者简介:付勇(1992),男,安徽肥东人,硕士研究生,主要研究方向为高效节能与环保装备技术。通信作者:陈晔(1972), 男,江苏无锡人,博士,教授,主要研究方向为高效节能与环保装备技术。E-mail:njutgasket@163.com

随着国家经济的高速发展,工业用水量和废水排 放量都大幅增加,使得我国的水资源短缺和环境问题 更加严重。为响应国家可持续发展的号召,必须加大 对废水的处理力度^[1]。高级氧化工艺是近年来新兴 的一项水处理工艺,在对高浓度有机废水的处理方面 有着独特的优势,超声波技术作为高级氧化工艺的重 要一员,在废水处理方面有着巨大的应用潜力。超声 换能器作为整个超声系统的核心部件,其性能影响着 整体的性能,对超声换能器的研制和优化成为超声领 域的重要课题。1880年居里兄弟发现托玛琳晶体在 受到压力载荷时会产生电流,从此展开了对压电材料 的探索,随后他们通过实验证明了逆压电效应的存 在^[2]。朗之万通过压电效应制成了各种压电器件,开 始了压电换能器的应用史。Mason 提出了机电等效电 路的概念,这使得压电换能器的理论解析有了可能;机 电等效法一经提出,便被国内外研究人员广泛使用,直 至今日,这种方法仍是换能器设计的主要研究方 法^[3]。通常等效电路理论要求压电设备的横向尺寸 要远小于波长,这大大限制了换能器的设计范畴,而有 限元模拟可以对任意形状的换能器加以分析和优 化^[4],使换能器的设计又上了一个新的台阶。Comsol Multiphysics 作为一款专业的多物理场耦合仿真软件, 在对换能器的数值模拟方面有着很大优势,其原理是 将换能器实体转化为有限元分析模型,并将其划分为 一个个的有限单元,然后通过求解偏微分方程组 (PDEs)得到最后的分析结果^[5]。笔者首先根据 Mason 等效电路原理推导出夹心式换能器的频率方 程,再利用频率方程求解出换能器的初步参数,然后基 于 Comsol 对换能器进行数值模拟,得到相应参数,最 后基于 Comsol 对换能器结构进行修正优化,结果表明 优化方法可行。

1 理论分析

换能器常用的压电方程有 d,e,g,h 4 种类型,每 种类型的压电方程在数值上认为是等价的,它们之间 可以通过一些变形相互转化^[6]。由于在数学意义中 g 型方程的推导过程比较简单,所以笔者主要使用其进 行相关解析推导,其基本矩阵表示形式如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{\mathrm{E}} & \mathbf{g}^{\mathrm{T}} \\ -\mathbf{g} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \circ$$
(1)

式中:S表示应变矩阵;E表示电场强度矩阵;T表示 应力矩阵;D表示电位移矩阵; S^{E} 表示弹性矩阵; β_{T} 表 示耦合矩阵;g表示压电常数矩阵,单位是 m² · C⁻¹。 由式(1)可以得到:

$$S = S^{E}T + Dg^{T}; \\ E = \beta_{T}D - gT_{\circ} \end{cases}$$
(2)
$$\vec{x}(2) \text{ by Efer ξ b$; \vec{x} b$; \vec{x} (2) b$; $\vec{x}$$

取矩阵运算结果第3行并经过变形后,得到

$$T_{3} = \frac{1}{s_{33}^{E}} \cdot S_{3} - \frac{g_{33}}{s_{33}^{E}} \cdot D_{3} \circ$$
(3)

为简化计算,现将压电换能器的振动看成简谐运动,根据压电陶瓷两端的力学边界条件可以得到^[7]:

$$F_1 = -AT_3 \mid_{l=0} = \left(\frac{\rho cA}{j\sin(kl_c)} - \frac{n^2}{j\omega C_0}\right) (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) +$$

$$\tan\left(\frac{kl_c}{j\omega C_0}\right) \dot{\xi}_1 + nV_2$$

$$j\rho cA \tan\left(\frac{m_c}{2}\right) \xi_1 + nV;$$

$$F_2 = -AT_3 \mid_{l=l_c} = \left(\frac{\rho cA}{j\sin\left(kl_c\right)} - \frac{n^2}{j\omega C_0}\right) (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) + \frac{m_c}{2}$$

$$j\rho cA \tan\left(\frac{kl_c}{2}\right) \dot{\xi}_2 + nV_o \tag{4}$$

式中: F_1 , F_2 为陶瓷两端总力; ρ 为陶瓷密度;c为陶瓷 中声速;A为陶瓷横截面积;k为陶瓷波数; l_c 为陶瓷厚 度; $\dot{\xi}_1$, $\dot{\xi}_2$ 为陶瓷两端振速;V是陶瓷两端电压;n为陶 瓷机电耦合系数; C_0 为陶瓷截止电容; ω 为角频率;j为 虚数单位。

根据力电类比法,可以将压电等效为电路中的电 压,振速等效为电流,阻力等效为电路中的阻抗。所以 根据式(4)可作出压电陶瓷的机电等效电路图1(a); 根据等截面细棒振动理论可以得到圆柱体后盖板的等 效电路图1(b);根据变截面细棒振动理论可以得到圆 台体前盖板的等效电路图1(c)^[8]。

其中:





Figure 1 Electromechanical equivalent circuit diagram of each component of transducer

$$Z_{1p} = j\rho cA \tan\left(\frac{kl_{c}}{2}\right);$$

$$Z_{2p} = \frac{\rho cA}{j\sin(kl_{c})};$$

$$C = -\frac{C_{0}}{n^{2}},$$

$$Z_{11} = Z_{12} = j\rho_{1}c_{1}A_{1}\tan\left(\frac{k_{1}l_{1}}{2}\right);$$

$$Z_{13} = \frac{\rho c_{1}A_{1}}{j\sin(k_{1}l_{1})},$$

$$\frac{A_{1}}{\left(\sqrt{\frac{A_{2}}{2}}-1\right) - j\rho_{2}c_{2}A_{1}\cot(k_{2}l_{2}) + \frac{j\rho_{2}c_{2}}{\sin(k_{1}l_{2})};$$

$$(5)$$

$$(6)$$

$$Z_{21} = \frac{j\rho_{2}c_{2}A_{1}}{k_{2}l_{2}} \left(\sqrt{\frac{A_{2}}{A_{1}}} - 1\right) - j\rho_{2}c_{2}A_{1}\cot(k_{2}l_{2}) + \frac{j\rho_{2}c_{2}\sqrt{A_{1}A_{2}}}{\sin(k_{2}l_{2})};$$

$$Z_{22} = \frac{j\rho_{2}c_{2}A_{2}}{k_{2}l_{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{A_{1}}{A_{2}}}\right) - j\rho_{2}c_{2}A_{2}\cot(k_{2}l_{2}) + \frac{j\rho_{2}c_{2}\sqrt{A_{1}A_{2}}}{\sin(k_{2}l_{2})};$$

$$Z_{23} = -\frac{j\rho_{2}c_{2}\sqrt{A_{1}A_{2}}}{\sin(k_{2}l_{2})} \circ$$

$$(7)$$

式中: Z_{1p} , Z_{2p} 为陶瓷等效阻抗,C为陶瓷等效电容; Z_{11} , Z_{12} 和 Z_{13} 为后盖板等效阻抗, k_1 为后盖板波数, l_1 为后盖板厚度, ρ_1 为后盖板密度, c_1 为后盖板声速, A_1 为后盖板横截面积; Z_{21} , Z_{22} 和 Z_{23} 为前盖板等效阻抗, k_2 为前盖板中波数, l_2 为前盖板厚度, ρ_2 为前盖板密度, c_5 为前盖板声速, A_2 为前盖板大端面横截面积。

夹心式换能器的各部分组件通过机械串联而电路 并联的方式联系在一起,其整体机械等效电路图如图 2 所示。为方便计算,定义前盖板延展系数β:

$$\beta = \frac{r_1}{r_2 - r_1} = \frac{1}{\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} - 1}$$
(8)

式中:r1为前盖板小端面的半径,r2为前盖板大端面的

半径。



图 2 换能器整体机电等效图 Figure 2 Integral electromechanical equivalent diagram of transducer

在实际工作时,换能器前后盖板处负载较小,为简 便计算令 $Z_{h} = Z_{n} = 0$ 。由于换能器为半波长振子,所 以在振动时,换能器的两端振幅最大,而在换能器的内 部存在一个节面,该节面振速为零。可以以此节面为 分界面,把整个换能器看成是由 2 个 1/4 波长的振子 组成,利用 1/4 波长振子的电抗和为零求出其频率方 程。利用该理论结合式(5)~(8)可以求出节面前后 的频率方程:

$$\tan (kl_{c2}) = \frac{\rho cA}{\rho_2 c_2 A_2} \cdot \frac{\beta k_2 l_2 [\tan (k_2 l_2) - k_2 l_2 (\beta + 1)]}{k_2 l_2 - [1 + (k_2 l_2)^2 \beta (\beta + 1)] \tan (k_2 l_2)};$$
(9)

$$\tan (kl_{c1}) = \frac{\rho cA}{\rho_1 c_1 A_1} \cdot \cot (k_1 l_1)_{\circ}$$
(10)

式中:*l*_{e1}为节面左侧陶瓷厚度,*l*_{e2}为节面右侧陶瓷 厚度。

换能器整体尺寸定下来后就可以计算前后振速 比,可以下式表示:

$$K_{c} = \frac{\cos(k_{1}l_{1}) \cdot \left[j\rho cA \tan\left(\frac{kl_{c}}{2}\right) + j\rho_{1}c_{1}A_{1}\tan(k_{1}l_{1})\right]}{\frac{\beta}{\beta+1} \cdot \frac{j\rho_{2}c_{2}A_{2}}{\sin(k_{2}l_{2})} + \left(\frac{\beta+1}{\beta}\cos(k_{2}l_{2}) - \frac{\sin(k_{2}l_{2})}{\beta k_{2}l_{2}}\right) \cdot \left(j\rho cA\left(\frac{kl_{c}}{2}\right) - \frac{j\rho_{1}c_{1}A_{1}}{\beta k_{2}l_{2}} - j\rho_{1}c_{1}A_{1}\cot(k_{2}l_{2})\right)^{\circ}$$
(11)

2 模型计算

2.1 压电陶瓷

本次以谐振频率 f 为 30 kHz 为例进行压电换能器的理论计算,其中压电陶瓷使用的是可以在恶劣工况下连续工作的锆钛酸铅(PZT-8),其主要物性参数如表 1 所示^[9],其中 C_{33}^{E} 表示恒电场弹性系数矩阵分量。

表1 PZT-8 的相关性质

Table 1 Related properties of PZT-8

密度/	机电耦	功率容量/	$C_{33}^{\rm E}/{ m GPa}$
(kg・m ⁻³)	合系数	(kW・m ⁻³ ・kHz ⁻¹)	
7 600	0.3	3 000	132

在 PZT-8 材料中, 声速 $c = \sqrt{C_{33}^{E}/\rho} = \sqrt{1.32 \times 10^{11}/7600} = 4167.54 \text{ m/s}_{\circ}$ 对于一维细棒, 认为细棒的外径一般不大于声音在材料中传播波长的 $1/4^{[10]}$,所以该压电陶瓷的直径为:

 $D_{\rm m} \leq \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = \frac{4\ 167.54}{4 \times 30\ 000} = 34.729\ 5\ {\rm mm}_{\odot}$

因此选用陶瓷片的规格为:外径 32 mm,内径为 16 mm,每片陶瓷厚度 δ 为 4 mm。通过这些参数可以 计算出压电陶瓷片表面积 A 为 603.2 mm²。PZT -8 材 料的压电陶瓷片功率容量 P_w 为 3 × 10⁶ W/(m³ · kHz),本次设计的最大工作功率 $P_{max} = 600$ W,所以压 电陶瓷片的个数 $n_g > P_{max}/(P_wA\delta f) = 2.8$ 。为使压电 陶瓷与前后盖板连接的电极处于同一电极,在设计时, 一般将压电陶瓷片的数目设置成偶数,在这里将换能 器设为 4 片压电陶瓷。所以压电陶瓷晶堆的总厚度为 16 mm。

2.2 前后盖板

为获得最大的前后端振速比,根据动量守恒原理 前盖板一般使用轻金属而后盖板则选用重金属。表2 列出了一些常用金属及合金材料的相关参数。

表2 常见金属及合金物性参数

 Table 2
 Physical parameters of common metals and allovs

		J				
++*1		密度/	导热系数/	弹性模量/		
	4/3 个斗	$(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$(W\boldsymbol{\cdot}m^{-1}\boldsymbol{\cdot}K^{-1})$	GPa		
	铝	2 700	238.0	70		
	铜	8 960	400.0	110		
	钛合金	4 940	7.5	105		
	AZ31B 镁合金	1 770	96.0	45		
	不锈钢	7 850	44.5	205		

由于换能自身存在一定的介质损耗,在工作时会

产生发热现象,而产生的热量主要通过向前后盖板传导散失,所以对前后盖板材料的导热系数有一定的要求。通过表1,综合最大振速比和高导热因素可选取 铝作为换能器前盖板,铜作为后盖板,为使换能器性能 最佳,本次节面位置取压电晶堆的中心位置^[11]。

对于后盖板,选用与陶瓷外径相同的铜材,其计算 结果分别为:

1) 横截面积

$$A_1 = 0.016^2 \pi = 8.0425 \times 10^4 \text{ m}^2$$
;

- 2) 内部等效声速
- $c_1 = \sqrt{E_1/\rho_1} = \sqrt{1.1 \times 10^{11}/8\ 960} \approx 3\ 503.82\ \text{m/s};$ 3) 等效波数

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} = \frac{2\pi \times 30\ 000}{3\ 503.\ 82} = 53.\ 8_{\odot}$$

换能器后半部分的频率方程即式(10),利用 1stOpt的解方程计算功能可得到后盖板长度 *l*₁≈20 mm,此时对应误差为2.22E-16,满足工程设计要求。

为了使超声能量更多的从前盖板发射,需增大其 辐射面积,所以前盖板一般设计成圆锥形。通过式 (9)可以看出换能器前盖板对应的频率方程为一个隐 函数,直接对其求解有较大难度,在此可利用1stOpt 进行求解^[12],其原理是利用麦夸特法加通用全局优化 算法进行隐函数根求解。在1stOpt 给出延展系数的 取值范围为1~3,在该范围内均匀取点,间隔为0.1, 将 β 代入前盖板频率方程式求得前盖板厚度 l_2 ,并将 数据输入到Origin 中,绘制前盖板厚度 l_2 与延展系数 β 之间的关系,见图3。从图中可以看出,随着延展系数 β 的增大,换能器前盖板的厚度不断增大,两者之间不 是线性关系,可见前盖板的厚度受延展系数影响很大。 为得到前盖板尺寸,需确定前盖板的延展系数 β 。





另外,延展系数也是影响换能器前后振速比的一 个重要的影响因素,换能器工作时通常是前盖板与负 载直接相连输出能量,为使能量利用率最高,应该让换 能器前后振速比最大,为得到延展系数与振速比之间 的关系,可利用1stOpt将前文得到的延展系数与换能 器各部件结构参数代入振速比计算式(11)中,求得不 同延展系数对应的振速比值,将数据输入 Origin 中并 绘制两者之间的关系图,如图 4 所示。

从图4中可以看出随着延展系数的增大,振速比 呈先增大后减小的趋势,存在一个延展系数使振速比 取到最大值。找到合适的延展系数对提高换能器整体 的声辐射性能有着重要的意义。从图4中可以看出 1.7为最佳延展系数,根据式(8)可得前盖板大端半径 r₂为25.4 mm,此时由式(9)计算出前盖板长度为0.02 m。利用麦夸特法求得结果的误差均在10⁻⁷以下,满 足工程设计要求。





3 有限元仿真分析

压电材料的极化方向一般在 z 轴,在 xoy 平面内 压电陶瓷呈各向同性,为此我们可以在 Comsol 中使用 二维轴对称结构建立压电换能器的有限元分析模型, 将理论计算得到的换能器尺寸在 Comsol 中转化为有 限元分析模型,在 Comsol 中选用静电场与固体力学物 理场,通过 e 型压电方程实现两场耦合。在材料库中 选取铜、铝和 PZT-8 依次定义为后盖板、前盖板及压电 陶瓷材料。为简化分析,忽略了预应力螺栓,电极片以 及树脂橡胶连接层的影响。PZT-8 在有限元分析中主 要使用的相关矩阵如下:

1) 相对介电常数矩阵

۲90	4.4	0.0	0.07						
	0.0 90	04.4	0.0;						
L	0.0	0.0 5	61.6						
2) 耦合矩阵									
[0.000 00	0.0	00 00	-3.875	5 387					
0.000 00	0.0	00 00	-3.875	5 38					
0.000 00	0.0	00 00	13.910	0 80					
0.000 00) 10.3	44 80	0.000) 00 ;					
10.344 80	0.0	00 00	0.000	00 0					
L 0.000 00	0.0	00 00	0.000						
3) 弹性矩阵									
□ 14.687 60 8.108 70	8.10537	0.000 00	0.000 00	0.000 00 T					
8.108 70 14.687 60	8.10537	0.000 00	0.000 00	0.000 00					
8, 105 37 8, 105 37	13.171.20	0.000.00	0.000.00	0.000.00					
0.000.00 0.000.00	0.000.00	3, 134, 80	0.000.00	0.000 00 × 10 ¹⁰					
	0.000.00	0 000 00	3 314 80	0 000 00					
	0.000 00	0.000 00	0.000 00	3. 289 47					

对换能器施加电压条件,在正极添加幅值为100 V、角频率为 ω 的交流电压信号;负极设置为接地条件。为保证网格精度,需对网格无关性进行验证。 Comsol 分析压电设备划分网格时,一般要求网格最大 尺寸为压电陶瓷厚度的1/6~1/8。经反复验证,当网 格最大尺寸为0.8 mm,即为单个陶瓷片厚度的1/5 时,网格比较合理。当再次缩小网格尺寸,对结果影响 不大。陶瓷和后盖板形状比较规整,采用映射网格划 分,前盖板为自由三角形网格。从图 5 中可以看出网 格平均质量较好。

对换能器进行特征频率分析,得到换能器前4阶 模态响应,如图6所示。











图 6 换能器前 4 阶振动模态 Figure 6 First four order vibration modes of transducer

由于本次模拟未对换能器施加任何约束,所以在 模态分析中会出现刚体模态,从图中可以看出第1阶 模态即为刚体的纵向平动模态,此时换能器各部分的 振幅相等。模态分析可以得到物体的固有频率以及对 应振型,云图中的振幅并没有任何实际意义,如若想得 到实际振幅,必须对换能器施加电压载荷进行谐响应 分析。图中2阶模态对应换能器纵向振动状态即此时 对应频率为换能器谐振频率27.62 kHz,后几阶模态 对应的都是换能器的无规则振动,文中不考虑这些 情况。

课题组进行换能器的谐响应分析,为获得较高的精确度,采用较小步长进行分析。由模态分析可知该换能器的谐振频率在27.62 kHz 左右,所以在27~29 kHz 范围内进行谐响应分析,且频率步长选为0.02 kHz。在 Comsol 数据集中添加沿换能器高度方向的二

维截线,在结果中添加换能器振幅随高度的变化曲线 图,如图7所示。





从图7(a)中可以看出节面位在高度为24 mm 处, 这与理论设计的节面28 mm 有一定的差异。以换能 器前后盖板端面平均振幅为指标绘制幅频图7(b),从 图中可以看出前盖板振幅大于后盖板且前盖板面积较 大,满足能量尽可能从前端发射的要求。另外在 27.62 kHz 附近,换能器振幅达到峰值,可证明其为谐 振频率,与理论值相比,误差为8%,这是由于在理论 推导过程中忽略了一些影响因素,并假设换能器工作时只作纵向振动,实际情况中换能器在纵向振动的同时会有一些横向变形,而且金属杆中的声速与其直径有关^[13],理论计算都未计及。

为得到换能器的导纳-频率响应关系,必须在 Comsol 中将正极电压改为终端电压条件,另外加入机 械阻尼损耗因子,定为0.001 1^[14],通过与之前相同的 设置方法,可得到导纳曲线图7(c)。导纳图中的电导 峰值对应频率为换能器的谐振频率,从图7(c)中可以 看出谐振频率与模态分析和谐响应分析得到结果一 致。另外从图中可以得到:换能器的正谐振频率为 $f_r = 27.60$ kHz,反谐振频率 $f_a = 27.65$ kHz,基频为 $f_o =$ 27.62 kHz,则品质因数为553。电导曲线峰值的的倒 数为动态等效电阻,从图中可得 $R = 14.3 \Omega$ 。

4 优化设计

由上面一系列分析可知换能器理论计算得到的结 果与数值模拟值有较大误差。为解决这种差异,可以 利用 Comsol 对理论计算进行修正优化,理论计算是将 换能器拆为2个1/4波长振子,分别对其进行频率计 算。当理论节面位于换能器中心部位时,可以利用解 析法计算出初步尺寸。由于换能器前后端材料和形状 的不同,且会有一定的横向变形,在数值模拟中会将误 差放大导致前后盖板的尺寸会有一定的偏差。现假设 换能器前盖板与后盖板使用同一种材料和形状,使其 两端具有对称性,节面自然会位于陶瓷中间位置(理 论节面),然后利用 Comsol 中集成的优化模块中的 Nelder-Mead 算法对后盖板的厚度进行修正,得到理论 设计谐振频率,进而得到了优化后的后盖板尺寸;利用 同样的方法可以得到前盖板的相关尺寸,最后将修正 后的换能器尺寸代入分析模型中进行特征频率计算, 可以得到其纵向振动模态响应。利用上述方法得到了 优化后换能器的后盖板模态图 8(a),前盖板模态图 8 (b),以及整体模态图8(c)。从图中可以看出优化后 的换能器在纵向振动时,谐振频率为 30.02 kHz。此 时对应的前后盖板厚度为 22.821 和 12.141 mm。

利用与优化前相同的谐响应分析和导纳分析法对 优化后的换能器进行模拟,可得到相关曲线图,如图 9 所示。从图 9(a)中可以看出节面位在高度为 20.500 mm 处,这与陶瓷晶堆中心高度 20.141 mm 近乎相等。 从图 9(b)中可以看出,换能器的谐振频率为 30.02 kHz,与设计值 30.00 kHz 相比误差为 0.067%,并且 从幅频图中可以看出优化后的换能器振幅有了一定的 提高,谐振振幅约为改进前的 2.5 倍。从图 9(c)中可





Figure 8 Longitudinal vibration modes of components of transducer after optimization

以得到换能器的正谐振频率为 $f_r = 30.00 \text{ kHz}$,反谐振频率 $f_a = 30.04 \text{ kHz}$,基频频率 $f_0 = 30.02 \text{ kHz}$,则品质因数为750,与改进前相比有了一定的提高;动态等效电阻为12.5 Ω ,与之前14.3 Ω 相比,有了一定程度的降低,可见工作时消耗能量减少。利用 Comsol 与理论解析法结合对换能器频率和节面位置的优化是成功可行的,并且修正后的换能器性能会有一定幅度的提升。这对以后进行夹心式压电换能器设计方面的研究具有一定的指导意义。





图9 优化后换能器的各性能曲线



5 结论

 1)根据换能器的压电方程、振动方程和半波长等 特点并结合相关边界条件推导出夹心式压电换能器节 面前后的频率方程。

2) 以 30.00 kHz 为理论值,选定换能器材料参数 后结合频率方程计算出换能器的结构尺寸。

3)利用 Comsol 对设计的换能器进行模态分析, 谐响应分析和导纳特性分析,得到了换能器的谐振频 率为 27.62 kHz,与设计值有一定的误差,并得到节面 位置在高度为 24 mm 处,与设计值相比误差为 14%; 最后通过导纳分析得到了品质因数为 553。

4) 基于 Comsol 优化算法对换能器进行尺寸优化,对优化后的换能器进行有限元模拟得到了换能器的谐振频率为 30.02 kHz, 与设计值相比误差0.067%;并且模拟节面位置与理论界面基本相等。通

(下转第13页)