

[自控·检测]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2019.06.011

# 基于 FIR 滤波的拐角精确插补算法

李冬冬, 张立强, 杨 乐

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘 要:**刀具轨迹一般是由一系列直线(G01)或圆弧(G02)组成,为了实现路径之间的平滑转接和精确过渡,课题组提出了基于有限脉冲响应(FIR)的连续拐角精确插补算法。该算法利用 FIR 滤波器对速度脉冲进行滤波,生成刀具的拐角轨迹,通过调节滤波器重叠时间,精确控制拐角轮廓误差,利用过滤后脉冲生成加速度曲线的频谱,加速度曲线可以避免不必要的残余振动。通过实验与传统点对点(p2p)插补算法进行对比,课题组提出的算法加工时间减少了 14.6%,加工效率明显提高。

**关键词:**刀具轨迹;插补;轮廓误差;拐角;有限脉冲响应(FIR)

中图分类号:TH164;TP391 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2019)06-0054-06

## Accurate Interpolation of Corner Processing Path Based on FIR Filtering

LI Dongdong, ZHANG Liqiang, YANG Le

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** Tool path is generally composed of a series of straight lines (G01) or circles (G02). In order to achieve smooth and accurate transitions between path segments, this paper presented an algorithm for corner interpolation based on finite impulse response (FIR). The algorithm adopted FIR filter to filter velocity pulse generating tool angle trajectory, by adjusting the overlap time of the filter, the corner contour error was precisely controlled, and the figure of acceleration curve was generated by the filtered pulse, which avoided unnecessary residual vibration. Compared with the traditional of p2p interpolation algorithm, the processing time of this algorithm is reduced by 14.6%, processing efficiency is improved significantly.

**Keywords:** tool-path; interpolation; error contour; corner; FIR (finite impulse response)

刀具轨迹的生成在机床和运动系统的控制中起着关键作用。生成的轨迹不仅要准确地描述所需的刀具路径,而且能实现平滑和精确的过渡。事实上,大多数机械加工刀具路径是由线性段序列(G01)或定义的圆弧(G02)组成<sup>[1-2]</sup>,然而在实现不间断的平滑和快速的进给运动方面具有约束性。

在高速加工的过程中,短线段的连接处会存在尖锐的拐角,为了能平滑过渡,“拐角平滑”算法被提出并得到广泛应用。通过加速度规划来实现连续运动,精确控制拐角引起的轮廓误差<sup>[3]</sup>。针对机床振动问题,文献[4]提出跳度约束加速度曲线,并且证实跳度

约束加速度曲线能有效的减小机床的振动和提高加工的质量。利用有限脉冲响应(FIR)滤波技术已经可以使残余振动最小化。但是,滤波会带来不可避免的延迟,在多轴运动中会产生较大的轮廓误差,必须对其进行补偿<sup>[5]</sup>。

因此,课题组提出基于 FIR 滤波的拐角精确插补算法:通过对刀具路径速度进行 2 阶滤波,得出高阶的运动轨迹;利用 FIR 滤波生成加速度图像,有效的减小阻尼振动;利用生成高阶轨迹的速度控制重叠时间,从而有效控制拐角处的轮廓;最后通过传统的点对点算法进行对比,验证了文中算法的有效性。

收稿日期:2019-01-18;修回日期:2019-09-12

第一作者简介:李冬冬(1993),女,河南商丘人,硕士研究生,主要研究方向为数控加工技术。E-mail:863964931@qq.com

# 1 基于 FIR 滤波的加工轨迹生成

## 1.1 生成高阶运动轨迹

通常,以“梯形加速度”或“梯形跳度”为基础生成高速精密运动系统的参考轨迹<sup>[6-7]</sup>。FIR 滤波器生成高阶轨迹的基本方法<sup>[8]</sup>,利用拉普拉斯( $s$ )域定义一个一阶 FIR 滤波器传递函数:

$$M_i(s) = \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1 - e^{-sT_i}}{s} \quad (1)$$

式中  $T_i$  是 FIR 滤波器  $i$  段(延迟)时间常数,一个 FIR 滤波器是由一个积分器( $1/s$ )和纯延时( $e^{-sT_i}$ )类似于滑动平均滤波器组成<sup>[9]</sup>。

对式(1)进行反拉普拉斯变化的得到脉冲响应:

当 
$$u = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$m(t) = L^{-1}[M_i(s)] = \frac{u(t) - u(t - T_i)}{T_i}.$$

首先考虑一个长度为  $l$  的直线段的运动,在高速下,形成矩形脉冲图像,刀具路径加工时间为  $T_v = l/V_m$ 。如图 1 所示,利用 FIR 滤波器,对矩形速度进行滤波,可以生成梯形的速度曲线。

将梯形的速度进行二次滤波,得到更平滑的速度,通过 FIR 滤波器对速度脉冲进行滤波,可以得到高阶参考运动图像<sup>[10]</sup>。最后对合成的速度进行积分,得到位移图像。

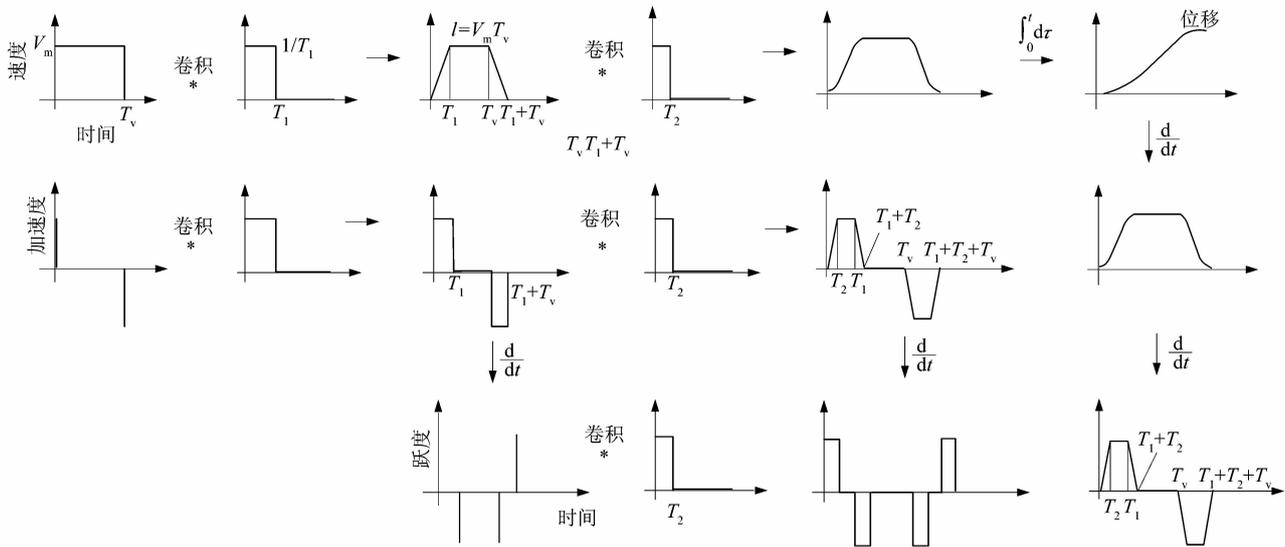


图 1 基于 FIR 滤波器生成刀具路径

Figure 1 Tool path generation based on FIR filter

先考虑生成单轴运动轨迹,速度为  $V_m$  的矩形(脉冲)信号发送到 FIR 滤波器,利用卷积计算得出滤波后的速度信号:

$$v'(t) = v(t) * m(t) = \frac{1}{T_1} \int_0^t [v(\tau) - v(\tau - T_v)] [u(t - \tau) - u(t - T_1 - \tau)] d\tau = \frac{1}{T_1} \left[ \int_0^t [v(\tau)u(t - \tau)] d\tau - \int_0^t v(\tau)u(t - T_1 - \tau) d\tau - \int_0^t v(\tau - T_v)u(t - \tau) d\tau + \int_0^t v(\tau - T_v)u(t - T_1 - \tau) d\tau \right] \quad (3)$$

式中: $v'$ 表示滤波后的速度; $V_m$ 加工能达到的最大速度; $T_1$ 表示滤波器的第 1 段控制时间; $T_2$ 表示滤波器

控制器第 2 段时间; $T_v$ 表示刀具路径加工时间, $T_d$ 表示控制器总的延迟时间。

在  $T_v > T_1$  的情况下,利用式(3)积分,得到滤波后  $v'$ 信号为:

$$v'(t) = \begin{cases} (V_m/T_1)t, & 0 \leq t < T_1; \\ V_m, & T_1 \leq t < T_v; \\ (V_m/T_1)(-t + T_v + T_1), & T_v \leq t < T_v + T_1; \\ 0, & T_v + T_1 < t. \end{cases} \quad (4)$$

对式(4)进行积分,得到位移图像。进行微分可以得到加速度图像,用 2 个 FIR 滤波器随着时间常数  $T_1$  和  $T_2$  生成光滑速度(加速度)图像,在  $T_v > T_1 > T_2$  情况下,滤波后生成的速度为:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{V_m}{T_1 T_2} t^2, & 0 \leq t < T_2; \\ \frac{V_m t}{T_1} - \frac{1}{2} \frac{V_m T_2}{T_1}, & T_2 \leq t < T_1; \\ \frac{V_m}{2 T_1 T_2} (-T_1^2 - T_2^2 + 2tT_2 + 2tT_1 - t^2), & T_1 \leq t < T_d; \\ V_m, & T_d \leq t < T_v; \\ V_m - \frac{1}{2} \frac{V_m}{T_1 T_2} (t - T_v)^2, & T_v \leq t < T_v + T_2; \\ \frac{1}{2} \frac{V_m}{T_1 T_2} (-2tT_2 + T_2^2 + 2T_v T_2 + 2T_1 T_2), & T_v + T_2 \leq t < T_v + T_1; \\ \frac{1}{2} \frac{V_m}{T_1 T_2} [(T_v + T_d) - t]^2, & T_v + T_1 \leq t < T_v + T_d; \\ 0, & T_v + T_1 + T_2 < t. \end{cases} \quad (5)$$

1.2 插值轨迹频谱的生成

FIR 滤波器的结构能有效的控制插值轨迹生成的频谱,过滤后的加速度可以控制由驱动器所产生的力或者力矩,如果插值加速度的频谱包含了机械结构的轻阻尼结构模态附近的元件,它就会引发强制振动<sup>[11-12]</sup>。

对于矩形脉冲速度输入,加速度指令由一组由  $T_v$  隔开的脉冲组成。只考虑一个大小为  $h$  的加速度脉冲:

$$a(t) = \begin{cases} h, t=0; \\ 0, t \neq 0. \end{cases} \quad (6)$$

式中: $a$  表示加速度; $a'$  表示滤波后的加速度。

与 FIR 滤波器链卷积得到的加速度的频谱简单地表示为链中 FIR 滤波器的频率响应

$$a'(j\omega) = hM_1(j\omega)M_2(j\omega)M_3(j\omega), \dots, M_n(j\omega). \quad (7)$$

单个 FIR 滤波器根据公式(1)计算:

$$\left. \begin{aligned} M_i(j\omega) &= \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1 - e^{-j\omega T_i}}{j\omega}; \\ |M_i(j\omega)| &= \frac{\sin(\omega T_i/2)}{\omega T_i/2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由式(8)可得,加速度频谱为正弦函数乘积<sup>[7]</sup>:

$$|a'(j\omega)| = \prod_{i=1}^n \left| \frac{\sin(\omega T_i/2)}{\omega T_i/2} \right| = \prod_{i=1}^n \left| \frac{\sin(\omega \pi / \omega_i)}{\omega \pi / \omega_i} \right| \quad \omega_i = \frac{2\pi}{T_i}. \quad (9)$$

利用上述特性可以选择滤波器的参数,从而抑制进给驱动系统或伺服系统本身的轻阻尼结构频率,如图2所示,为了避免在临界模态频率下的激励,对滤波器延

时进行调整,使其与 FIR 滤波器的一个波纹匹配为:

$$\omega_i = \frac{\omega_r}{k} \leftrightarrow T_i = k \frac{2\pi}{\omega_r}, k = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (10)$$

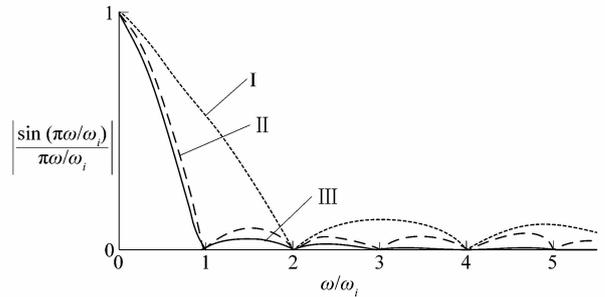


图2 FIR滤波器的加速度频谱

Figure 2 Acceleration spectrum of FIR filter

图2所示为滤波器与FIR滤波器的匹配加速度频谱曲线,其中:曲线I表示  $T_1 = T$  的一阶滤波;曲线II表示  $T_{II} = 2T$  的一阶滤波;曲线III表示  $T_1 = T$  和  $T_2 = T$  的二阶滤波。

2 精确拐角算法

在高速加工中,可以利用对控制时间的调整,来对拐角的轮廓误差进行控制,如图3所示。首先,定义一个“重叠时间” $T_k$ 来控制重叠连续输出:

$$0 \leq T_k \leq T_d. \quad (11)$$

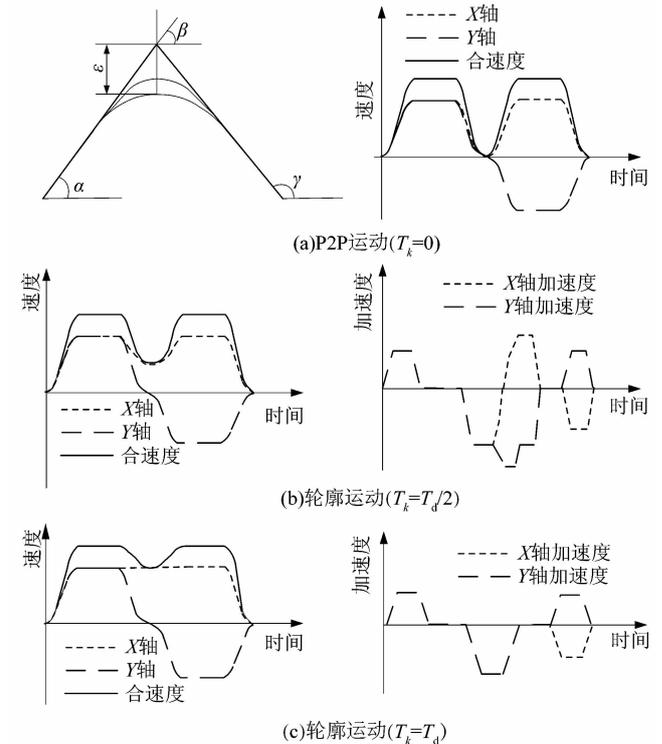


图3 拐角轮廓运动

Figure 3 Corner profile during contouring motion

如果  $T_k = 0$ , 重叠时间等于滤波器的延迟时间, 产生 P2P 运动。当  $T_k = T_d/2$  时, 在延迟时间未进行完就进行插值, 进给方向会发生改变, 会产生轮廓误差。当  $T_k = T_d$  时, 连续的脉冲之间不存在延迟时间, 这样进给方向变化比较提前, 所以产生较大的轮廓误差, 如图 3(c) 所示。控制方向不间断变化引起的线段连接周围轮廓误差。考虑如图 3 所示的一般路径, 做向中点的减速运动,  $P_1$  从  $t = T_v$  开始。当设置重叠时间  $T_k > 0$ , 端点  $P_2$  发起的卷积开始连续段在  $t = T_v + T_d - T_k$ 。当  $t = T_v + T_d$  时, 第一段卷积完成, 进给方向发生改变。

若连续段进给速度相同, 进给方向由线段的夹角来控制。从线段连接  $P_1$  开始, 在平分线周围形成镜子, 切向进给速度中间过渡段时间  $t = T_v + T_d - T_k/2$ ,

$$v' = \begin{cases} V_{sx} - \frac{1}{2} \frac{V_{sx}}{T_1 T_2} (t - T_v)^2, & T_v \leq t < T_v + T_2; \\ \frac{1}{2} \frac{V_{sx}}{T_1 T_2} (-2tT_2 + T_2^2 + 2T_v T_2 + 2T_1 T_2), & T_v + T_2 \leq t < T_v + T_1; \\ \frac{1}{2} \frac{V_{sx}}{T_1 T_2} [(T_v + T_1 + T_2) - t]^2, & T_v + T_1 \leq t < T_v + T_1 + T_2 - T_k; \\ \frac{1}{2} \frac{V_{sx}}{T_1 T_2} [(T_v + T_1 + T_2) - t]^2 + \frac{1}{2} \frac{V_{ex}}{T_1 T_2} [t - (T_v + T_1 + T_2)]^2, & T_v + T_1 + T_2 - T_k \leq t < T_v + T_1 + T_2; \\ \frac{1}{2} \frac{V_{ex}}{T_1 T_2} [t - (T_v + T_1 + T_2)]^2, & T_v + T_1 + T_2 \leq t < T_v + T_1 + 2T_2 - T_k; \\ \frac{1}{2} \frac{V_{ex} T_2}{T_1} + \frac{V_{ex}}{T_1} [t - (T_v + T_1 + 2T_2 - T_k)], & T_v + T_1 + 2T_2 - T_k \leq t < T_v + 2T_1 + T_2 - T_k; \\ V_{ex} - \frac{1}{2} \frac{V_{ex}}{T_1 T_2} [(T_1 + T_2) - t]^2, & T_v + 2T_1 + T_2 - T_k \leq t < T_v + 2T_1 + 2T_2 - T_k. \end{cases} \quad (13)$$

可以根据式(13)得出轮廓误差:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{T_k^3}{24T_1 T_2} V_m \sin \frac{\beta}{2}, & 0 \leq T_k \leq 2T_2; \\ \frac{4T_2^2 - 6T_2 T_k + 3T_k^2}{12T_1} V_m \sin \frac{\beta}{2}, & 2T_2 \leq T_k \leq T_1 + T_2. \end{cases} \quad (14)$$

通过式(14)变换得出最大轮廓误差的重叠时间:

$$T_k = \begin{cases} \sqrt[3]{\frac{24T_1 T_2 \varepsilon}{v \sin(\beta/2)}}, & 0 \leq T_k \leq 2T_2; \\ T_2 + \sqrt{\frac{4T_1 \varepsilon}{v \sin(\beta/2)} - \frac{T_2^2}{3}}, & 2T_2 \leq T_k \leq T_1 + T_2. \end{cases} \quad (15)$$

### 3 仿真分析

为了验证算法的有效性, 对连续的短线段进行传

由于插值参数轨迹对称, 最大偏离结点发生的平分线在  $t = T_v + T_d - T_k/2$ 。

$V_{sx}$  表示 X 轴的进入拐角转接点的速度,  $V_{sy}$  表示 Y 轴进入拐角转接点的速度,  $V_{ex}$  表示 X 轴的离开拐角转接点的速度,  $V_{ey}$  表示 Y 离开拐角转接点的速度。 $\alpha$  表示进入拐角与水平方向夹角,  $\beta$  表示两线段之间的夹角,  $\lambda$  表示离开拐角转接点与水平方向的夹角。 $\varepsilon$  表示拐角转接产生的轮廓误差, 则有

$$\left. \begin{aligned} V_{sx} &= V_m \cos \alpha; \\ V_{sy} &= V_m \sin \alpha; \\ V_{ex} &= V_m \cos \gamma; \\ V_{ey} &= V_m \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

X 轴和 Y 轴采用相同的方法, 现在以 X 轴为例进行分析。根据式(5)可以得出拐角处的速度表达式:

$$T_v \leq t < T_v + T_2;$$

$$T_v + T_2 \leq t < T_v + T_1;$$

$$T_v + T_1 \leq t < T_v + T_1 + T_2 - T_k;$$

$$T_v + T_1 + T_2 - T_k \leq t < T_v + T_1 + T_2;$$

$$T_v + T_1 + T_2 \leq t < T_v + T_1 + 2T_2 - T_k;$$

$$T_v + T_1 + 2T_2 - T_k \leq t < T_v + 2T_1 + T_2 - T_k;$$

$$T_v + 2T_1 + T_2 - T_k \leq t < T_v + 2T_1 + 2T_2 - T_k.$$

统的点点对插补算法和基于 FIR 滤波精确插补算法对比分析。

实验设备如图 4 所示, 平面 X-Y 运动由 2 个线性电机驱动, 保证良好的位置同步和路径跟踪, 伺服放大器设置为转矩(电流)控制模式, 在跳度约束范围内, 2 阶的 FIR 滤波的  $T_1 = 50$  ms 和  $T_2 = 30$  ms, 进给的速度  $V_m = 100$  mm/s, 以及最大的轮廓误差  $\varepsilon = 100$   $\mu$ m。

图 5 所示为实验加工的“五边形”路径, 总长度 78.91 cm, 共有 5 个拐角。图 6 所示为局部运动路径的速度曲线轮廓。

图 7 所示为与传统点对点插补算法进行对比的速度图像。传统点对点插补算法需要在每一个拐角处完全停止, 再进行转向进给, 传统的点对点插补算法 1.416 s 完成加工。课题组提出基于 FIR 滤波的轮廓

线插补技术可以生成准确的不间断进给运动,轮廓误差通过控制重叠时间来控制。总加工时间减少到 1.209 s,加工效率提高了 14.6%。

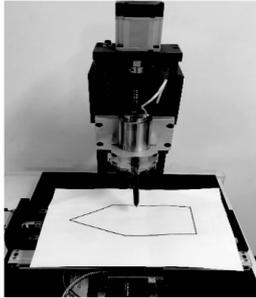


图4 实验设备

Figure 4 Experimental facilities

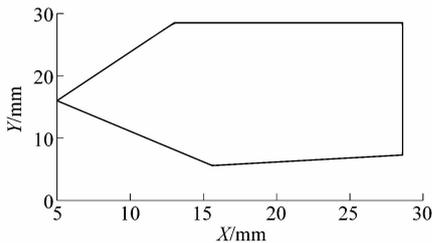


图5 刀具整体加工路径

Figure 5 Tool integral machining path

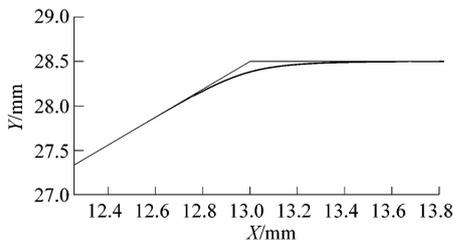


图6 刀具局部加工路径

Figure 6 Tool local machining path

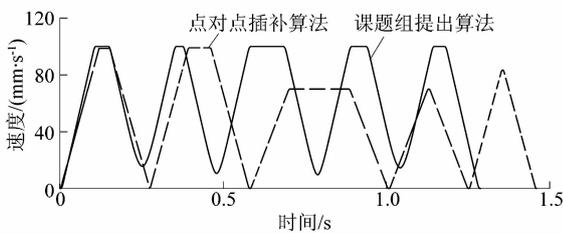


图7 各算法速度对比

Figure 7 Speed comparison of each algorithm

图8所示为在各轴以及总的速度曲线,图9所示为各轴以及总的加速度曲线。

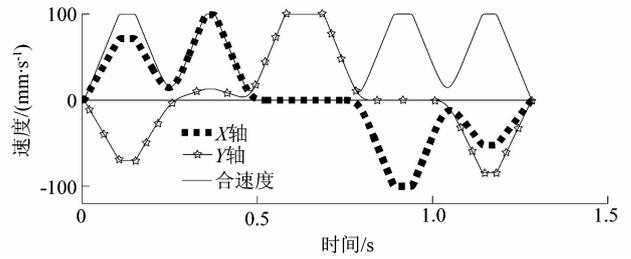


图8 速度曲线

Figure 8 Speed curve

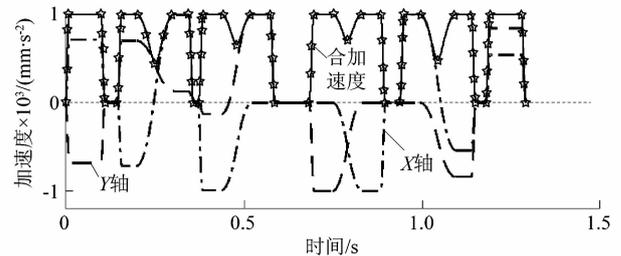


图9 加速度曲线

Figure 9 Acceleration curve

### 4 结语

课题组提出基于 FIR 滤波插补精确算法,在满足加工要求和精度的基础上,利用 FIR 滤波对速度进行滤波,得到速度和加速度脉冲图像,根据拐角速度公式,得到最大轮廓误差,推出重叠时间。最后通过实验对比课题组提出的算法与传统点对点直接插补算法,发现的基于 FIR 滤波插补精确算法加工时间相比传统点对点插补算法减少了 14.6%,加工效率有效提高。

### 参考文献:

- [1] ALTINTAS Y. Manufacturing automation : metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design [J]. Industrial Robot, 2012,31(1):B84.
- [2] CHOI Y K, BANERJEE A. Tool path generation and tolerance analysis for free-form surfaces [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007,47(3/4):689-696.
- [3] SENCER B, ISHZAKI K, SHAMOTO E. A curvature optimal sharp corner smoothing algorithm for high-speed feed motion generation of NC systems along linear tool paths [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015,76(9/10/11/12):1977-1992.
- [4] 杜金锋,张立强,高甜.基于跳度约束的连续短线段高速加工运动学平滑算法[J].计算机集成制造系统,2018,24(9):118-125.
- [5] ALTINTAS Y, KHOSHDARREGI M R. Contour error control of CNC machine tools with vibration avoidance [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2012,61(1):335-338.
- [6] ERKORKMAZ K, ALTINTAS Y. High speed CNC system design: part I jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001,41(9):1323-1345.

(下转第 63 页)