

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.01.009

# 5052 铝合金搅拌摩擦焊残余应力场数值模拟研究

苗臣怀, 曹丽杰, 殷凯, 王楠楠

(上海工程技术大学机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘要:**针对目前铝合金搅拌摩擦焊的焊后残余应力过大,且内部残余应力难以测量的现象,课题组提出了基于热弹塑性法和顺序热力耦合方式的搅拌摩擦焊应力模拟的热源模型、边界条件模型和有限元模型,采用正交设计的方法对影响残余应力3个主要因素进行数值模拟的设计,并对模拟结果进行试验验证。模拟与试验结果均表明合适的焊接参数(转速取 $1\ 000\ \text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ ,焊速取 $120\ \text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ ,预热时间取3 s)能有效减小5020铝合金搅拌摩擦焊的焊后残余应力,且数值模拟得到残余应力与实际焊后残余应力结果较为吻合。

**关键词:**搅拌摩擦焊;应力场;正交设计;热弹塑性法;顺序热力耦合

中图分类号:TH131.2;TG457 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2020)01-0046-05

## Numerical Simulation Study of Residual Stress Field of Friction Stir Welding of 5052 Aluminum Alloy

MIAO Chenhuai, CAO Lijie, YIN Kai, WANG Nannan

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** Aiming at the excessive residual stress and the difficulty to measure the residual stress of friction stir welding of aluminum alloy, the heat source model, boundary condition model and finite element model was proposed based on thermal elastic-plastic method and sequential thermal coupling stress simulation of friction stir welding. The orthogonal design method was adopted to simulate the three main factors that affect the residual stress in the design of the numerical simulation, and the simulation results were verified by experiments. The results show that suitable welding parameters (speed  $1\ 000\ \text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ , welding speed take  $120\ \text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ , preheating time take 3 s) can effectively reduce the residual stress after welding of friction stir welding for 5020 aluminum alloy, and the numerical simulation results was coincident with the actual residual stress after welding results.

**Keywords:** friction stir welding; stress field; orthogonal design; thermal elastic-plastic method; sequential thermal coupling

5052 铝合金属于铝镁系类合金,由于其具有较高的耐腐蚀性、可焊接性、冷加工性以及强度等特性而被广泛应用于钣金件的制造领域<sup>[1]</sup>。搅拌摩擦焊(FSW)作为一种绿色新型固相焊接技术,与传统熔化焊相比,更适用于铝合金材料的焊接<sup>[2]</sup>。但是焊后残余应力的存在容易造成工件变形增大,接头刚度及疲劳断裂强度降低,低温下容易脆性断裂等后果,因此要避免产生过大的焊后残余应力<sup>[3]</sup>。刘其鹏等<sup>[4]</sup>利用

ABAQUS 软件研究了不同约束模型对 6061-T6 铝合金的焊后残余应力,发现底面竖向约束方式能较好地再现残余应力分布形式。Riahi 等<sup>[5]</sup>对 6061-T6 铝合金的焊后残余应力进行数值模拟,发现焊缝两侧残余应力分布并不对称,且纵向残余应力远大于横向残余应力。郭柱等<sup>[6]</sup>利用 ANASY 软件对 7075 铝合金焊后残余应力进行数值模拟,发现当焊速一定时,随着转速增大,残余应力先增大后减小。刘震磊等<sup>[7]</sup>对 2060 铝

收稿日期:2019-06-27;修回日期:2019-09-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41807235)。

第一作者简介:苗臣怀(1996),男,安徽砀山人,硕士研究生,主要研究方向为搅拌摩擦焊的数值模拟。通信作者:曹丽杰(1968),女,黑龙江佳木斯人,副教授,硕士生导师,主要研究方向轻合金激光焊接技术、摩擦学行为。E-mail:clj@sues.edu.cn

铝合金焊后残余应力进行了数值模拟,发现焊后纵向残余应力呈现典型“双峰”分布规律,且焊缝的末端出现了 Mises 等效应力的最大值。目前对铝合金搅拌摩擦焊焊后残余应力的研究大都集中在对焊后表面残余应力场分布规律上,对于工件内部残余分布规律以及如何在保证接头质量的前提下找到合适的焊接参数减小焊后残余应力的相关研究较为少见,课题组对此展开研究。

## 1 数值模型

### 1.1 热源模型

由于焊接过程中绝大部分的热量是由搅拌头对工件表面摩擦做功产生的,塑性变形产热占比很小<sup>[8]</sup>,因此热输入模型的总产热功率等于轴肩摩擦产热功率加搅拌针摩擦产热功率,即

$$Q_t = \eta_s(Q_s + Q_p) \quad (1)$$

式中: $Q_t$  表示总产热功率; $\eta_s$  表示摩擦产热系数,一般取 0.87 ~ 0.95<sup>[4]50</sup>; $Q_s$  表示轴肩产热功率; $Q_p$  表示搅拌针产热功率。

#### 1.1.1 轴肩产热模型

对于平轴肩,轴肩产热主要来源于轴肩下压造成的轴肩与工件表面之间的摩擦做功。

$$Q_s = \frac{2}{3} \pi \tau \omega (r_s^3 - r_p^3) \quad (2)$$

式中: $\tau$  表示接触面切应力,且  $\tau = \mu F / (\pi r_s)^2$ ,其中  $F$  表示搅拌头轴向压力; $\mu$  表示轴肩与工件表面的摩擦因数; $\omega$  表示角速度,且  $\omega = 2\pi N / 60$ ,其中  $N$  表示搅拌头转速; $r_s$  表示轴肩半径; $r_p$  表示搅拌针半径。

#### 1.1.2 搅拌针产热模型

对于圆柱状搅拌针,搅拌针产热由搅拌针侧面产热和搅拌针底面产热 2 部分组成:

$$Q_p = Q_{ps} + Q_{pb} \quad (3)$$

$$\text{其中: } Q_{ps} = 2\pi\omega\tau hr_p^2; \quad (4)$$

$$Q_{pb} = \frac{2\pi\omega\tau hr_p^3}{3} \quad (5)$$

式中: $Q_{ps}$  表示搅拌针侧面产热功率; $h$  表示搅拌针长度; $Q_{pb}$  表示搅拌针底面产热功率。

#### 1.1.3 热流密度

由式(1) ~ (5) 可以得到轴肩以及搅拌针的热流密度公式:

$$q_s = \eta \times \frac{3Q_s r}{2\pi(r_s^3 - r_p^3)}, r_p \leq r \leq r_s; \quad (6)$$

$$q_p = \eta \times \frac{Q_p}{\pi[(r_p + 2)^2 - r_p^2]h}, r \leq r_p, 0 < z < h. \quad (7)$$

式中: $q_s$  表示轴肩热流密度; $\eta$  表示搅拌头所做功传到工件上的效率,这里取 0.75<sup>[9]</sup>; $r$  表示积分点到搅拌针中心的距离; $q_p$  表示搅拌针热流密度; $z$  表示积分点沿焊深方向的坐标。

## 1.2 有限元模型

### 1.2.1 网格划分

模拟过程采用 100 mm × 50 mm × 3 mm 的 2 块板对接焊的形式,为了兼顾模型计算效率和计算结果的准确性,在离焊缝较远处采用稀疏网格,在模型的焊缝中心处附近进行网格加密,单元类型采用热-力耦合单元 C3D8R,网格划分后共产生 57 600 个单元,77 988 个节点,网格划分如图 1 所示。



图 1 有限元网格划分

Figure 1 Finite element meshing

### 1.2.2 边界条件

在轴肩产热处施加移动面热源,搅拌针产热处施加移动体热源。由于工件除了底面以外的其它面均与空气直接接触,这些面散热方式选择对流换热,换热系数设为 30 W/(m<sup>2</sup> · °C),而底面与垫板接触,散热较快,换热系数设为 1 000 W/(m<sup>2</sup> · °C)<sup>[4]60</sup>,工件之间则设为绝热面。夹具约束模型采用力学等效约束模型,根据实际装夹条件,等效约束工件前侧面为  $x$  方向自由度,左右两侧面为  $y$  方向自由度,底面为  $z$  方向自由度。边界条件设置如图 2 所示。

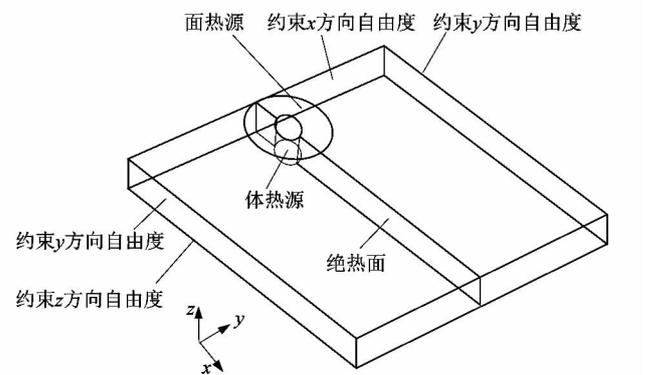


图 2 边界条件

Figure 2 Boundary conditions

### 1.2.3 求解

模拟采用顺序热力耦合方式,先基于热弹塑性法利用 ABAQUS 软件的 DFLUX 子程序接口把移动热源加载到模型之中,进行温度场的求解,再把温度场的计算结果作为温度载荷加载到模型中。由于焊后残余应力不仅和温度载荷有关,而且还和搅拌头的机械力有关,所以还要通过 DLOAD 子程序接口把搅拌头的机械载荷加载到模型中,同时改变边界约束条件,5052 铝合金热物理参数见表 1,搅拌头参数见表 2。

表 1 5052 铝合金热物理参数

Table 1 5052 thermo-physical parameters of aluminum alloy

温度 $T/^\circ\text{C}$	密度 $\rho/$ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	导热系数 $\lambda/$ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	比热容 $C/$ $(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	屈服应力 $\sigma/\text{MPa}$
20	2 680	119	900	255
100	2 660	121	921	248
200	2 640	126	1 005	150
300	2 620	130	1 047	50
400	2 590	138	1 089	32
500	2 580	145	1 129	10

表 2 搅拌头参数

Table 2 Tool parameters

轴肩下压力 $F_n/\text{kN}$	轴肩外径 $r_s/\text{mm}$	搅拌针半径 $r_p/\text{mm}$	搅拌针长度 $h/\text{mm}$
8	5.0	2.5	3.0

## 2 参数优化

### 2.1 影响因素及水平

影响焊后残余应力的焊接参数有很多,但主要影响因素是:搅拌头转速、焊接速度以及搅拌头下压时的预热时间<sup>[10-11]</sup>,因素水平表如表 3 所示。在对多因素、多水平的试验设计中,正交试验设计相对于全面试验设计具有明显优势<sup>[12]</sup>。

表 3 因素水平表

Table 3 Factor level table

水平	因素		
	A 转速 $N/$ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	B 焊速 $v/$ $(\text{mm} \cdot \text{min}^{-1})$	C 预热时间 $t/\text{s}$
1	1 000	60	2
2	1 200	80	3
3	1 400	100	4
4	1 600	120	5

### 2.2 正交试验设计

正交试验中,信噪比 SNR 是衡量所得结果质量的一个尺度。对于搅拌摩擦焊总是期望在保证接头质量

的前提下得到最小的焊后残余应力。焊后残余应力包括纵向残余应力、横向残余应力和竖向残余应力。由于在焊接稳定阶段纵向残余应力远大于横向和竖向残余应力,所以正交试验研究的残余应力为纵向残余应力。

由 SNR 的望小特性有:

$$R_{\text{SN}} = -10\lg [(\sum_{i=1}^n \sigma_{yi}^2)/n] \quad (8)$$

式中: $n$  为总的测量次数; $\sigma_{yi}$  为第  $i$  次的测量的残余应力值。

模拟结果及采用望小特性计算的残余应力的信噪比见表 4,信噪比响应见表 5。

表 4 模拟结果及信噪比值

Table 4 Simulation results and SNR ratio

序号	因素 A	因素 B	因素 C	残余应力 $\sigma_y/\text{MPa}$	$R_{\text{SN}}$
1	1	1	1	160.35	-44.10
2	1	2	2	158.34	-43.99
3	1	3	3	154.22	-43.76
4	1	4	4	154.41	-43.77
5	2	1	2	180.53	-45.13
6	2	2	1	177.58	-44.99
7	2	3	4	182.21	-45.21
8	2	4	3	178.75	-45.04
9	3	1	3	209.36	-46.42
10	3	2	4	205.38	-46.25
11	3	3	1	195.74	-45.83
12	3	4	2	192.96	-45.71
13	4	1	4	205.44	-46.25
14	4	2	3	215.35	-46.66
15	4	3	2	208.53	-46.38
16	4	4	1	206.71	-46.31

表 5 信噪比响应表

Table 5 SNR response table

因素	信噪比 $R_{\text{SN}}$				极差	重要度 排名
	水平 1	水平 2	水平 3	水平 4		
A	-43.91	-45.09	-46.05	-46.40	2.49	1
B	-45.48	-45.48	-45.30	-45.21	0.27	2
C	-45.31	-45.30	-45.47	-45.37	0.17	3

由表 5 中结果可知,所得残余应力最小的最佳组合(即信噪比最小的组合)为  $A_1B_4C_2$ ,即转速  $N$  取 1 000 r/min,焊速  $v$  取 120 mm/min,预热时间  $t$  取 3 s。由于所设计的模拟中并无此组合,所以需要增加一组最佳参数组合的模拟,在该组参数下模拟得到的残余应力为 151.43 MPa。

### 2.3 试验验证

为了验证优化参数下模拟得到的最小残余应力的

准确性,在 First Way LM-16160 搅拌摩擦焊机下进行焊接,工件材料选择 5052 铝合金,搅拌头材料选择 H13 工具钢,焊接参数选择最优组合  $A_1B_4C_2$ ,利用盲孔法对焊后残余应力进行测量,测量结果为 142.50 MPa,与模拟得到的结果误差为 5.90%,误差在可接受范围内。试验结果证明了所建模型及模拟结果的准确性。残余应力的测量见图 3~4。

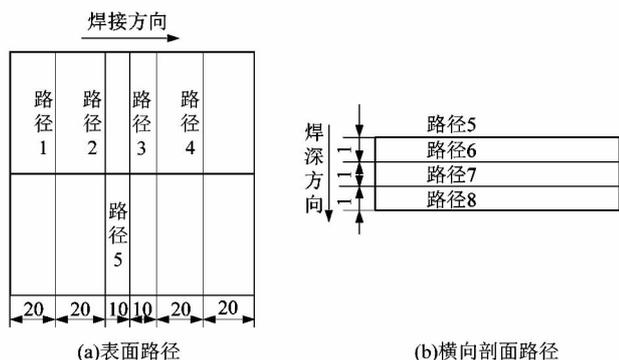


图 3 路径选取  
Figure 3 Path selection

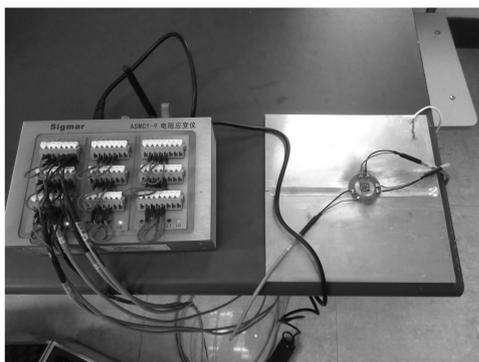


图 4 残余应力的测量  
Figure 4 Measurement of residual stress

### 3 焊后残余应力

#### 3.1 表面残余应力

选取最优化参数组合:转速  $N$  取 1 000 r/min,焊速  $v$  取 120 mm/min,预热时间  $t$  取 3 s,对工件焊后残余应力进行分析。在工件表面,沿焊接方向,提取焊缝处的纵向和横向残余应力,如图 5 所示。可以看出,在焊缝起始区域,纵向残余应力以拉应力为主,而横向残余应力以压应力为主,且压应力较大,峰值约为 150 MPa,可以推测此处会产生较大的焊后变形。在中间区域,纵向和横向残余应力都以拉应力为主,且纵向残余应力大于横向残余应力。在焊缝末端区域,纵向残余应力迅速减小至零,而横向残余应力也由拉应力迅速转变为压应力,并达到峰值 140 MPa 左右,这是在焊接

完成后的冷却阶段由温度和夹具的共同作用下造成的。

在工件表面中间,垂直于焊缝处取路径 5,其中间表面残余应力如图 6 所示。可以看出,中间表面残余应力以纵向残余应力为主,纵向和横向残余应力均呈现典型的“M”型分布特征,且应力沿焊缝中心对称分布。纵向残余应力在工件边缘至距离焊缝中心 10 mm 处存在约 20 MPa 的残余压应力,在距离焊缝中心 10 mm 处轴肩外侧边缘处,压应力小幅增大,达到 35 MPa 左右,之后压应力迅速减小至零,并转变为拉应力,最大应力出现在轴肩外侧边缘处,峰值约为 140 MPa,产生这种现象的原因主要是此处受到了温度和机械力载荷的耦合作用以及冷却收缩时夹具对其产生的影响。从轴肩边缘至焊缝中心处应力减小,因为焊缝中心区域只受到温度和搅拌针的搅拌作用,轴肩机械力对其影响较小,导致应力减小。

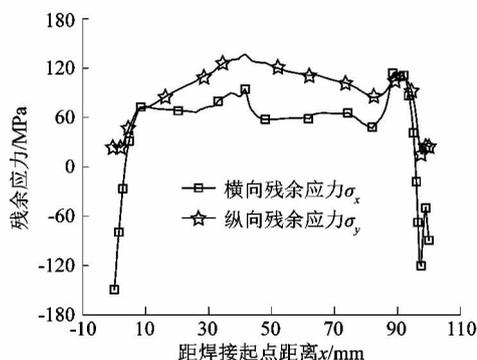


图 5 焊缝处表面残余应力  
Figure 5 Residual stress on surface of weld

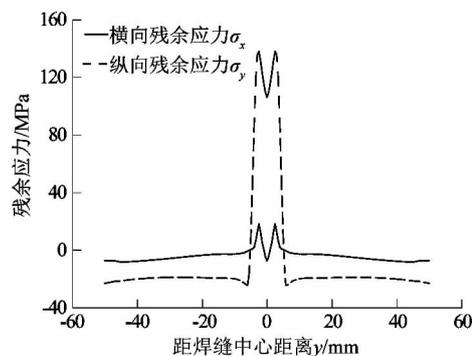


图 6 工件中间表面残余应力  
Figure 6 Residual stress on middle surface of work-piece

#### 3.2 垂直于焊缝的表面和内部残余应力

在工件表面,沿焊接方向,每间隔 20 mm 取一条垂直于焊缝的路径,路径 1~4 的纵向残余应力如图 7 所示。可以看出,每条曲线也均呈现出“M”型分布特

征,工件中间处路径 2,3 的应力大于工件两端处路径 1,4 的应力。而且工件的路径 1,4 和路径 2,3 虽然关于工件中间对称,但是路径 1,2 的残余应力却大于路径 3,4 的残余应力,造成这种现象的原因主要是搅拌头的预热作用,焊接过程中工件左侧相较于右侧多了预热阶段。

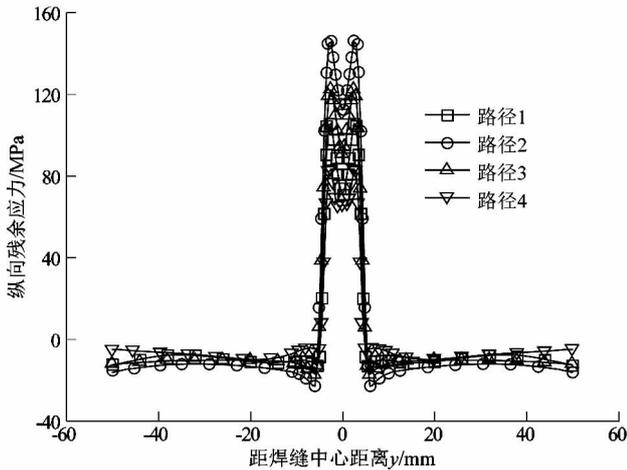


图7 垂直于焊缝的表面残余应力  
Figure 7 Surface residual stresses perpendicular to weld

在工件中间处,沿焊深方向,每隔 1 mm 取一条垂直于焊缝的路径,路径 5~8 的残余应力曲线及其局部放大如图 8 所示。可以看出,沿焊深方向,残余应力的峰值逐渐减小,曲线的 M 型特征也逐渐消失,产生这种现象的原因是,随着深度的增加,路径上所受的轴肩的影响逐渐减小,而轴肩的作用是热量和机械力的主要来源。

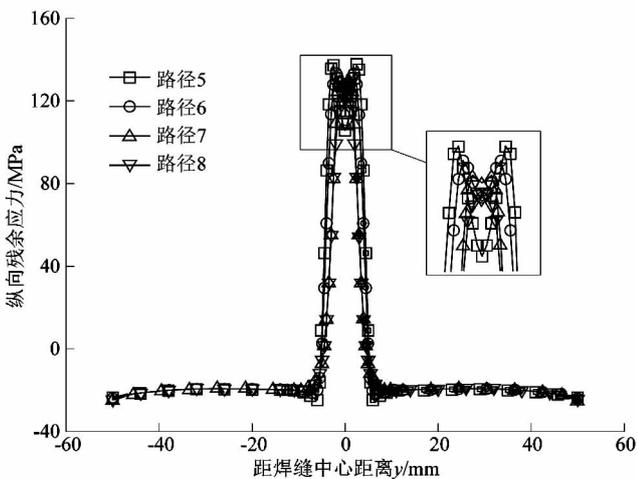


图8 沿焊深方向的残余应力  
Figure 8 Residual stress along depth of weld

#### 4 结论

1) 5052 铝合金的垂直于焊缝方向的应力场呈现典型 M 状分布,工件中间应力大于两侧。随焊深增加,残余应力减小, M 状特征也逐渐消失。

2) 由于热弹塑性法和顺序热力耦合本身的局限性,使得模型不能很好反映出工件处于前进侧和后退侧的差异对残余应力的影响。

3) 对于 3 mm 厚的 5052 铝合金的搅拌摩擦焊接而言,焊接参数:转速取 1 000 r/min,焊速取 120 mm/min,预热时间取 3 s,能够在保证接头质量的前提下使得焊后残余应力最小。模拟结果能有效预测实际残余应力大小。

4) 课题组研究了内部应力场分布特征,且利用正交设计的方法,得到了 5052 铝合金搅拌摩擦焊的最优参数组合。

5) 对于焊后残余应力而言,等效约束条件不能十分正确地反映真实的装夹条件,后续相关研究可以建立夹具的有限元模型,这样能更为真实地再现焊后残余应力的分布。

#### 参考文献:

- [1] 王引卫,王鹏飞,李春风. 5052 铝合金 FSW 接头拉伸力学性能影响机制[J]. 热加工工艺,2016,45(11):212.
- [2] 李海山,于龙华,马延超,等. 压力容器用铝合金 5083-O 厚板搅拌摩擦焊研究[J]. 化工装备技术,2014,35(5):27.
- [3] 宋东福,李亚宁,戚文军,等. 5052-H112 铝合金搅拌摩擦焊接头应力腐蚀的研究[J]. 材料导报,2013,27(10):112.
- [4] 刘其鹏,刘玉龙,陈志民,等. 约束模型对搅拌摩擦焊残余状态仿真的影响研究[J]. 焊接技术,2018,47(9):49-56.
- [5] RIAHI M, NAZARI H. Analysis of transient temperature and residual thermal stresses in friction stir welding of aluminum alloy 6061-T6 via numerical simulation [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 55(1/2/3/4):143-152.
- [6] 郭柱,朱浩,崔少朋,等. 7075 铝合金搅拌摩擦焊接头温度场及残余应力场的有限元模拟[J]. 焊接学报,2015,36(2):92-96.
- [7] 刘震磊,崔祜涛,徐敏强. 2060Al-Li 合金 FSW 工艺的温度与应力场模拟[J]. 热加工工艺,2016,45(11):188-190.
- [8] SEVARAJ M. A temperature dependent slip factor based thermal model for friction stir welding of stainless steel [J]. Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences, 2013, 38(6):1399.
- [9] CHAO Y J, QI X, TANG W. Heat transfer in friction stir welding: experimental and numerical studies [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003, 125(1):142.
- [10] 张昭. 搅拌摩擦焊的数值模拟[M]. 北京:科学出版社,2016:102.
- [11] 王斌,辛舟,李权飞. 基于有限元的钢爪摩擦焊机床身结构设计及优化研究[J]. 机电工程,2018,35(2):162-165.
- [12] 陈魁. 试验设计与分析[M]. 北京:清华大学出版社,2005:72.

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.01.010

# 具备大转动能力的2-PUR-PSPR并联机构

董飞, 许勇\*, 王艳, 赵传森, 张强强

(上海工程技术大学机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘要:**针对目前复杂曲面工件加工时,需要加工设备具备大转动能力的需求,课题组提出了一种新型的 $R_xR_yT_yT_z$  4自由度2-PUR-PSPR并联机构。机构同时采用移动外副和内副驱动,通过相互平行的大行程移动外副的驱动方向变换,辅以移动内副伸缩驱动的调节作用,控制动平台的运动。课题组基于螺旋理论和修正的Kutabach-Grübler公式,计算并验证了该机构的自由度;由机构闭环矢量方程建立位置逆解模型,并借助定杆长等约束条件,获得了该机构位置逆解解析式;基于边界搜索算法,应用MATLAB软件,求解出动平台Y轴方向位移恒定时机构的 $R_xR_yT_yT_z$ 工作空间。在SolidWorks软件中进行仿真分析,结果表明:该机构具有工作空间范围大,动平台转角范围大,运行稳定等优点。课题组的研究可为大姿态转动能力机构设计提供一定参考。

**关键词:**并联机构;螺旋理论;大姿态转动;位置逆解模型;边界搜索算法

中图分类号:TH112;TP242.2 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2020)01-0051-06

## 2-PUR-PSPR Parallel Mechanism with Large Rotation Capacity

DONG Fei, XU Yong\*, WANG Yan, ZHAO Chuansen, ZHANG Qiangqiang

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** In order to meet the requirement of large rotational capability of processing equipment for complex surface workpieces, a new type of  $R_xR_yT_yT_z$  four degrees of freedom 2-PUR-PSPR parallel mechanism was proposed by research group. The mechanism adopted both mobile external and internal drive, and controlled the motion of the moving platform by means of driving direction transformation of the parallel large-stroke mobile external pair, supplemented by the adjusting function of the telescopic drive of the mobile internal pair. Based on the helix theory and the modified Kutabach-Grübler formula, the degree of freedom of the mechanism was calculated and verified. The inverse position solution model of the mechanism was established from the closed-loop vector equation, and the analytic formula of the inverse position solution of the mechanism was obtained by means of the constraints of fixed rod length. Based on the boundary search algorithm, the  $R_xR_yT_yT_z$  workspace of the mechanism with constant Y-axis displacement of the moving platform was solved by using the software of matlab. The simulation analysis was carried out by the software of Solidworks, the results show that the mechanism has the advantages of large workspace range, large turning angle range of the moving platform, stable operation and so on. The research provides some reference for the design of mechanism with large attitude rotation ability.

**Keywords:** parallel mechanism; helix theory; large attitude rotation; inverse position solution model; boundary search algorithm

研发针对复杂自由曲面工件的高精度、高速、多轴加工装备,是智能制造领域的迫切需求和核心任务。近十年来,具备大姿态转动能力和一次装夹多面加工

功能的智能制造装备发展方兴未艾,但满足运动、动力性能的新构型执行机构仍相当匮乏。

少自由度并联机构相比于多自由度并联机构具有

收稿日期:2019-07-04;修回日期:2019-10-26

第一作者简介:董飞(1990),男,安徽阜阳人,硕士生研究生,主要研究方向为并联机器人机构学。通信作者:许勇(1974),男,江苏南通人,博士,副教授,硕士研究生导师,主要研究方向为机器人机构学。E-mail:brucexuyong@163.com

成本低,工作空间大,控制简单等优点<sup>[1-3]</sup>。其中,Exechon 机器人<sup>[4-5]</sup>中的 2-PUR-SPR 并联机构(P 表示移动副,U 表示万向副,R 表示转动副,S 表示球面副),由于该机构具有单自由度运动副少、关节数目少、刚度好和精度高等优点被广泛关注。但是 2-PUR-SPR 并联机构在动平台连续转动过程中,随着驱动 P 副驱动支链运动,会导致该机构的运动惯量大<sup>[6-7]</sup>。因此张伟中等<sup>[8]</sup>在保证 2-PUR-SPR 并联机构原机构运动性能不变的情况下提出了 2-PUR-PSR 并联机构,有效地解决了 2-PUR-SPR 并联机构运动惯量大的问题;李秦川等<sup>[9]</sup>则提出了一系列新型 RRR 等效并联机构,并对其应用场景做了详细分析;叶伟等<sup>[10]</sup>则提出一种新型具有 2R2T 自由度的并联机构(R 表示转动自由度,T 表示移动自由度),该机构具有转动能力强,转角范围大,工作空间大等优点。

课题组在现有的并联机构基础上,提出了一种新型的具有  $R_x R_y T_y T_z$  ( $R_x, R_y, T_y, T_z$  分别表示绕轴线平行 X 轴的转动自由度、绕轴线平行 Y 轴的转动自由度、沿 Y 轴移动自由度、沿 Z 轴移动自由度)4 自由度 2-PUR-PSPR 并联机构(P 表示移动驱动副),该机构具有移动外副的驱动和移动内副的驱动特点,使得 2-PUR-PSPR 并联机构动平台可以获得大姿态转动能力,移动外副沿 Y 轴方向移动范围的增加,使得该并联机构动平台能获得较大的工作空间。

课题组根据设计构型运用 SolidWorks 进行三维建模,然后运用黄真等<sup>[11]</sup>提出的螺旋理论和修正的 Kutabach-Grübler 公式计算并验证该并联机构的自由度<sup>[12]</sup>;运用闭环矢量方程求得该并联机构的位置逆解,在 MATLAB 中使用边界搜索算法求得该机构的工作空间;运用 SolidWorks 仿真来验证模型的合理性与稳定性。

### 1 机构简介及坐标系建立

2-PUR-PSPR 并联机构由 2 个平行的导轨(定平台)、1 个动平台、2 条结构相同的 PUR 支链(为支链 1 和支链 2)和 1 条 PSPR 支链(为支链 3)组成。支链 1 与支链 2 顶端分别通过支链 1 驱动副与支链 2 驱动副和定平台移动连接,支链 1 驱动副与支链 2 驱动副分别通过虎克铰链与连杆顶端转动连接,支链 1 与支链 2 底端分别通过转动铰链与动平台转动连接。支链 3 通过支链 3 第 1 驱动副和定平台移动连接,支链 3 第 1 驱动副通过球铰链与支链 3 第 2 驱动副顶端转动连接,支链 3 第 2 驱动副底端通过转动铰链与动平台转动连接。支链 1 驱动副、支链 2 驱动副与支链 3 第 1

驱动副均为外副移动驱动,且共面平行;支链 3 第 2 驱动副为内副移动驱动,该并联机构的三维立体机构如图 1 所示。

各支链与并联机构定平台(导轨)连接处的运动副中心记为  $A_i (i = 1, 2, 3)$ ,  $A_1$  和  $A_2$  处有移动副 P 和万向副 U,  $A_3$  处有移动副 P 和球面副 S。支链 1、支链 2、支链 3 与动平台的转动中心分别标记为  $B_i$ , 支链 3 第 2 驱动副的移动副接触中心记为 C。在该并联机构初始位形下建立定坐标系  $O - XYZ$ , 定坐标系原点 O 为  $A_1 A_2$  连线的中点, Y 轴的正方向由  $A_1$  指向  $A_2$ , X 轴正方向由 O 指向  $A_3$ , Z 轴垂直定平台竖直向下。建立动坐标系  $o - xyz$ , 动坐标系原点 o 为  $B_1$  与  $B_2$  连线的中点, x 轴正向由 o 指向  $B_3$ , y 轴正方向由 o 指向  $B_2$ , z 轴垂直动平台向下;建立支链 1 的支链坐标系  $A_1 - x_1 y_1 z_1$ , 原点位于  $A_1$ ,  $y_1$  轴与 Y 轴同轴,  $x_1$  轴和  $z_1$  轴分别与定坐标中 X 轴和 Z 轴的方向平行;因支链 2 与支链 1 完全同构型且相对于定平台对称布置,故支链 1 和支链 2 约束数、约束类型完全相同,支链 1 的坐标系可转移至支链 2 中进行自由度分析;建立支链 3 的支链坐标系  $A_3 - x_3 y_3 z_3$ , 原点位于  $A_3$ ,  $x_3$  轴与 X 轴同轴,  $y_3$  轴和  $z_3$  轴分别与定坐标中 Y 轴和 Z 轴的方向平行。

定义:导轨之间的垂直距离为  $l_1$ ;  $A_1 B_1 = l_1 = A_2 B_2 = l_2 = OA_3 = A_3 C$ , 表示支链 3 第 2 驱动副的杆长;  $l_1 \leq l_3 \leq 2l_1 \leq 1$ ;  $oB_1 = l_4 = oB_2 = l_5 = oB_3 = l_6$ 。并联机构的三维立体机构如图 1 所示。

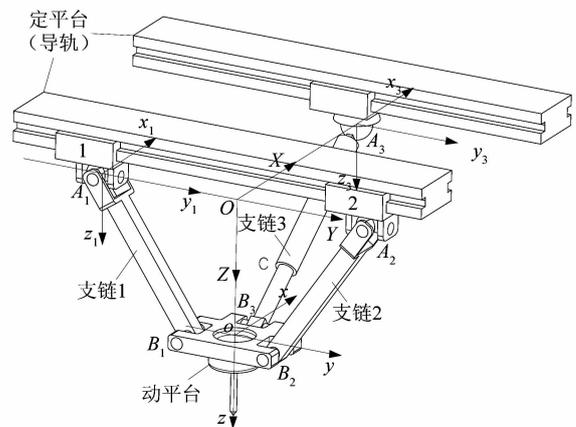


图 1 机构三维示意图  
Figure 1 Three-dimensional schematic diagram of mechanism

### 2 自由度分析

支链 1 和 2 中与定平台相连的移动副  $P_1$  和  $P_2$  均与 Y 同轴,支链 1 和 2 中与驱动副相连的 U 副中,与 Y

轴同轴的转轴为  $R_{n1}$  ( $n = 1, 2$ ), 垂直  $Y$  轴的转轴为  $R_{n2}$ ; 支链 3 中与定平台相连的移动副  $P_3$  与  $Y$  轴平行, 支链 3 中与驱动副相连的 S 副中, 平行于  $Y$  轴的转轴为  $R_{31}$ , 与  $X$  轴同轴的转轴为  $R_{32}$ , 与  $Z$  轴平行的转轴为  $R_{33}$ , 支链 3 中支链 3 第 2 驱动副的移动副为  $P_4$ ; 3 条支链与动平台相连的转轴为  $R_i$ , 其中  $R_1 // R_2 // R_{n2} // R_{32} \perp R_3, R_{n1} // R_3 // R_{31} // P_1 // P_2 // P_3, P_4 \perp R_3$ 。

取支链 1 的 PUR 支链分析, 在支链坐标系  $A_1 - x_1 y_1 z_1$  中, 设  $B_1$  点在坐标系  $A_1 - x_1 y_1 z_1$  中的坐标为  $(0, y_{B_1}, z_{B_1})$ , 其中支链 1 的运动副对应的旋量如图 2 所示。

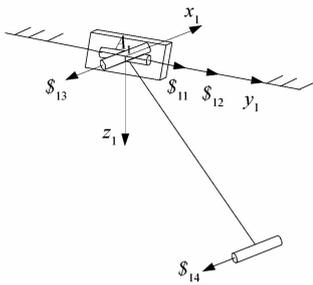


图 2 支链 1 旋量示意图

Figure 2 Branched chain 1 spinor diagram

运用螺旋理论对支链 1 进行自由度分析, 可得支链 1 的运动螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{11} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0); \\ \$_{12} &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{13} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{14} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ z_{B_1} \ y_{B_1}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由式(1)求得约束螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{12}^r &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $\$_{11}^r$  表示平行于  $x_1$  轴的约束力线矢;  $\$_{12}^r$  表示平行于  $z_1$  轴的约束力偶。

由于支链 2 与支链 1 完全同构型且相对于定平台对称布置, 同理求得支链 2 的约束螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{21}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{22}^r &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $\$_{21}^r$  表示平行于  $x_1$  轴的约束力线矢;  $\$_{22}^r$  表示平行于  $z_1$  轴的约束力偶。

取支链 3 (PSPR 支链) 进行分析, 设  $B_3$  与  $C$  点在支链坐标系  $A_3 - x_3 y_3 z_3$  中的坐标分别为:  $(-x_{B_3}, 0, z_{B_3})$  与  $(-x_{C_3}, 0, z_{C_3})$ , 支链 3 的运动副对应的旋量如图 3 所示。

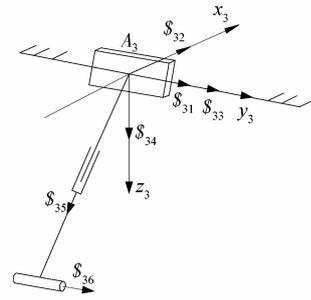


图 3 支链 3 旋量示意图

Figure 3 Branched chain 3 spinor diagram

同理建立支链 3 的螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{31} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0); \\ \$_{32} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{33} &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{34} &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{35} &= (0 \ 0 \ 0; -z_{C_3} \ 0 \ x_{C_3}); \\ \$_{36} &= (0 \ 1 \ 0; -z_{B_3} \ 0 \ x_{C_3}). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对式(4)求反螺旋得:

$$\$_{31}^r = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0). \quad (5)$$

式(5)表示支链 3 的末端拥有 6 个自由度, 即支链 3 末端没有约束。

通过式(2), (3)与(5)可以得到 3 个支链对动平台的约束螺旋系, 约束螺旋的位置如图 4 所示。

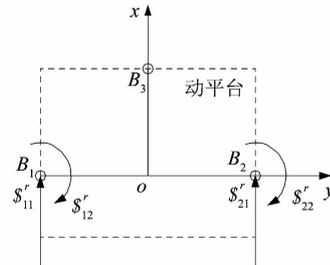


图 4 机构约束螺旋分布示意图

Figure 4 Schematic diagram of spiral distribution of mechanism constraints

根据该机构的几何关系和图 4 可知约束力线矢  $\$_{11}^r$  与  $\$_{21}^r$  共面平行, 约束力偶  $\$_{12}^r$  与  $\$_{22}^r$  共面, 在第 1 种约束螺旋二系理论中关于力线矢共面平行的情况下, 该机构动平台被约束的自由度为: 沿约束力线矢方向 ( $X$  轴方向) 的 1 个移动和绕这 2 个约束力线矢决定的平面法线方向 ( $Z$  轴) 的 1 个转动。因此该并联机构的动平台具有 4 个自由度, 分别是动平台绕轴线平行  $X$  轴的转动  $R_x$ , 绕轴线平行  $Y$  轴的转动  $R_y$ , 沿  $Y$  轴方向的移动  $T_y$  与沿  $Z$  轴方向的移动  $T_z$ 。

采用修正的 Kutabach-Grübler 公式,验证该并联机构的自由度:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{k=1}^g f_k + v - \zeta = 6 \cdot (9 - 10 - 1) + 14 + 2 - 0 = 4。$$

式中: $M$  表示该机构的自由度; $d$  为该机构的阶数, $d = 6 - \lambda$ , $\lambda$  为该机构的公共约束数目; $n$  为该机构中包括机架的构件数目; $g$  为该机构运动副的数目; $f_k$  为该机构中第  $k$  个运动副的自由度; $v$  表示该机构中除去公共约束因素后的冗余数目; $\zeta$  为该机构中存在的局部自由度。

### 3 并联机构位置逆解建模

2-PUR-PSPR 并联机构的位置逆解即为已知动平台输出参数,求支链 1 驱动副、支链 2 驱动副、支链 3 第 1 驱动副与支链 3 第 2 驱动副的输入参数。设动坐标系  $o$  点在定坐标  $O - XYZ$  中的位置矢量  $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ ,通过旋转矩阵<sup>[13]</sup>则可确定该机构各连接中心点的位置。在定坐标系  $O - XYZ$  中,设  $A_1, A_2, A_3$  的坐标分别为: $(0, a_1, 0), (0, a_2, 0), (l_1, a_3, 0)$ ,点  $B_i$  在动坐标系  $o - xyz$  中的坐标  $b_i$  设为: $b_1(0, -l_4, 0), b_2(0, l_5, 0)$  与  $b_3(l_6, 0, 0)$ 。其中  $a_i$  表示支链 1 驱动副、支链 2 驱动副、支链 3 第 1 驱动副的移动副中心点  $A_i$  在定坐标  $O - XYZ$  中的  $Y$  轴方向上的位移。

在动坐标系  $o - xyz$  中的任意矢量  $\mathbf{R}'$  都可以通过公式  $\mathbf{R} = \mathbf{TR}' + \mathbf{p}$  变换到定坐标系  $O - XYZ$  中。设  $\alpha, \theta$  与  $\varphi$  分别表示动坐标系  $o - xyz$  相对于定坐标系  $O - XYZ$  关于  $X, Y, Z$  的转角,由自由度分析与该机构的几何特点可知道  $\varphi = 0$ ,故:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \alpha \sin \theta & \cos \alpha \sin \theta \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \alpha & \cos \alpha \cos \theta \end{bmatrix}。 \quad (6)$$

由公式(6)即可求得点  $b_i$  在定坐标  $O - XYZ$  中的坐标  $B_i$ 。

设在动坐标系  $o - xyz$  中,支链 1、支链 2 与支链 3 中与动平台连接的转动副轴线的方向矢量为  $\mathbf{r}_i$ ,分别为  $\mathbf{r}_1 = (1 \ 0 \ 0)^T, \mathbf{r}_2 = (1 \ 0 \ 0)^T, \mathbf{r}_3 = (0 \ 1 \ 0)^T, \mathbf{R}_i$  分别为  $\mathbf{r}_i$  在定坐标系  $O - XYZ$  中的方向矢量,由 2-PUR-PSPR 并联机构的几何关系可得  $\mathbf{R}_i$  分别与矢量  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$  始终垂直,其中  $\mathbf{R}_i = \mathbf{Tr}_i$ 。

故:  $\mathbf{R}_i^T = \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = 0。 \quad (7)$

在 2-PUR-PSPR 并联机构中以定坐标系  $O - XYZ$  为参考系,由闭环矢量方程可得:

$$\mathbf{oB}_i - \mathbf{oA}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i。 \quad (8)$$

3 条支链的长度为  $|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i| = l_i$ ,把式(6) ~ (8) 带入参数合并得:

$$\left. \begin{aligned} &x \cos \theta - z \sin \theta; \\ &(x - l_1) \tan \alpha \sin \theta + y - a_3 + z \cos \theta \tan \alpha = 0; \\ &(x - l_4 \sin \theta \sin \alpha)^2 + (y - l_4 \cos \alpha - a_1)^2 + (z - l_4 \sin \alpha \cos \theta)^2 = l_1^2; \\ &(x + l_5 \sin \theta \sin \alpha)^2 + (y + l_5 \cos \alpha - a_2)^2 + (z + l_5 \sin \alpha \cos \theta)^2 = l_2^2; \\ &(x + l_6 \cos - l_1)^2 + (y - a_3)^2 + (z - l_6 \sin \theta)^2 = l_3^2。 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

解方程组(9)即可得到该并联机构的位置逆解解析:

$$\left. \begin{aligned} &a_3 = (z \tan \theta - l_1) \tan \alpha \sin \theta + y + z \cos \theta \tan \alpha; \\ &a_1 = y - l_4 \cos \alpha - \sqrt{l_1^2 - (z - l_4 \sin \alpha \cos \theta)^2 - (z \tan \theta - l_4 \sin \theta \sin \alpha)^2}; \\ &a_2 = y + l_5 \cos \alpha - \sqrt{l_2^2 - (z + l_5 \sin \alpha \cos \theta)^2 - (z \tan \theta + l_5 \sin \theta \sin \alpha)^2}; \\ &l_3 = \sqrt{(z \tan \theta + l_6 \cos \theta - l_1)^2 + ((l_1 - z \tan \theta) \tan \alpha \sin \theta - z \cos \theta \tan \alpha)^2 + (z - l_6 \sin \theta)^2}。 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 4 工作空间求解

#### 4.1 约束条件与参数设定

2-PUR-PSPR 并联机构动平台工作空间的约束条件是建立在其位置逆解的基础上,并根据 2 个导轨之间的距离、导轨的长度、支链 1 与支链 2 的长度、支链 3 的长度取值范围、虎克铰链与球副的转角范围等尺寸参数与 2-PUR-PSPR 并联机构的运动特性来确定。忽略零件之间的干涉,这里限定球副的转动范围限制在  $80^\circ$  的锥体内,万向副的转动范围限定在  $90^\circ$  的半球体内,由此获得动平台的搜索范围与各驱动副的位移范围。其中,机构的结构参数设定为: $l_1 = l_2 = 60 \text{ cm}, l_4 = l_5 = l_6 = 10 \text{ cm}$ 。并联机构输入输出运动学参数取值范围:

$\alpha$  为运动平台  $X$  轴转角,取值范围  $[-0.5\pi, 0.5\pi] \text{ rad}$ ;

$\theta$  为运动平台  $Y$  轴转角,取值范围  $[-0.5\pi, 0.3\pi] \text{ rad}$ ;

$z$  为运动平台  $Z$  轴向位移,取值范围  $[-10, 60] \text{ cm}$ ;

$y$  为运动平台  $Y$  轴向位移,取值为 0;

$a_1$  为支链 1 驱动副的位移,取值范围  $[-170, 80] \text{ cm}$ ;

$a_2$  为支链 2 驱动副的位移,取值范围  $[-80, 170] \text{ cm}$ ;

$a_3$  为支链 3 第 1 驱动副的位移,取值范围  $[-10, 60] \text{ cm}$ ;