

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.04.001

RV 减速器间隙及关节摩擦对医用机械臂动力学的耦合影响

杨立欢, 胡伟恒, 陈惠贤

(兰州理工大学机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要:为了探究减速器间隙及关节摩擦对医用机械臂动力学特性的影响,提高医用机械臂控制及摆位的精度,课题组以医用机械臂为对象,利用拉格朗日方程建立了包含RV减速器中心轮与行星轮之间的时变啮合刚度、啮合阻尼、齿侧间隙及关节铰接摩擦的动力学模型。仿真分析结果表明:由于时变啮合刚度、啮合阻尼、齿侧间隙的出现,医用机械臂角加速度出现非周期波动,且随着间隙的增加,波动幅值增大,而关节摩擦可以降低加速度波动的幅值,但会造成系统能量损失;同时,时变啮合刚度、啮合阻尼和齿侧间隙使医用机械臂末端在同一时刻到达位置出现偏差,运动出现时间上的延迟,关节摩擦使末端轨迹的误差进一步增加。

关键词:机械臂;RV减速器;齿侧间隙;关节摩擦;动力学

中图分类号:TH132.4

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2020)04-0001-08

Coupling Effect of RV Reducer Clearance and Joint Friction on Dynamics of Medical Manipulator

YANG Lihuan, HU Weiheng, CHEN Huixian

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In order to explore the influence of the clearance and joint friction of the reducer on the dynamic characteristics of the medical mechanical arm and improve the accuracy of the control and positioning of the medical mechanical arm, a dynamic model including the time varying meshing stiffness, meshing damping, tooth side clearance and joint articulation friction between the center wheel and the planetary wheel of the RV reducer was established by using the Lagrange equation. The simulation results show that the angular acceleration of the medical mechanical arm fluctuates aperiodically due to the emergence of time varying meshing stiffness, meshing damping and tooth side clearance, and the amplitude of the fluctuation increases with the increase of the clearance, while the amplitude of the acceleration fluctuation can be reduced by joint friction, but the system energy loss will be caused. Besides, the time varying meshing stiffness, meshing damping and tooth side clearance make the end of the medical mechanical arm at the same time, there is a deviation in the position of arrival, a delay in the time of motion, and the joint friction makes the error of the end track further increased.

Keywords: mechanical arm; RV reducer; tooth side clearance; joint friction; dynamics

医用机械臂是肿瘤放射治疗系统中的主要组成部分之一,其作用是支撑患者进行摆位并将靶区(肿瘤)置于束流照射范围内,进行精确调整减少束流对靶区周围正常组织或器官的照射^[1-2],因此医用机械臂的精

度要求极高。医用机械臂关节中的RV减速器由于制造、装配和润滑等需要,齿轮啮合间隙不可避免,而啮合间隙可能导致机械臂动力学特性发生变化,影响机械臂的摆位精度^[3],使治疗结果产生偏差,同时关节

收稿日期:2019-11-18;修回日期:2020-03-16

第一作者简介:杨立欢(1994),男,辽宁昌图人,硕士研究生,主要研究方向为医用机械臂动力学。通信作者:陈惠贤(1966),男,甘肃兰州人,教授,硕士研究生导师,主要研究方向为医疗设备及自动化。E-mail:450527376@qq.com

摩擦也会造成医用机械臂的动力学特性不稳定,影响治疗结果。所以需要对其建立包含减速器间隙及关节摩擦的动力学模型并分析其动力学特性^[4]。国内外学者对于包含减速器的机械臂动力学模型的建立及其对动力学特性影响等方面做了很多研究。Adenilsin等^[5]考虑谐波齿轮黏性阻尼、摩擦及柔性变形等非线性因素的影响建立了空间机械臂动力学模型并探究了多种因素影响下的动力学特性;Messter等^[6]对关节包含行星减速器的空间机械臂进行了动力学建模,但只考虑了轮齿啮合对数的变化所引起的时变啮合刚度变化的影响,忽略了间隙及摩擦等非线性因素;孙小明^[7]以单杆机械臂为研究对象,综合考虑了行星减速器齿侧间隙、时变啮合刚度和臂杆柔性等因素,基于Lagrange方程建立了机械臂的运动微分方程,分析了齿侧间隙等因素对机械臂动力学特性的影响,研究结果表明,随着齿侧间隙的增大,减速器的传递误差对机械臂定位误差产生的影响逐渐增大;何诗文^[8]以空间机械臂为研究对象,综合考虑了行星减速器齿侧间隙、齿轮柔性啮合阻尼等因素建立了动力学模型并提出了一种高效的行星齿轮关节模型求解方法。对于减速器间隙对机械臂影响的研究中,大多数学者以行星减速器或单杆机械臂为研究对象,且很少考虑到关节摩擦,所以课题组综合考虑RV减速器中心轮与行星轮之间的齿侧间隙、啮合刚度、啮合阻尼及关节摩擦建立2杆医用机械臂动力学模型,探究这些非线性因素对医用机械臂动力学特性的影响。

1 关节转动所需扭矩计算

医用机械臂三维模型如图1所示,首先对医用机械臂做如下假设:

- 1) 每个杆和关节都是刚性体;
- 2) 每个关节都只有1个转动的自由度。

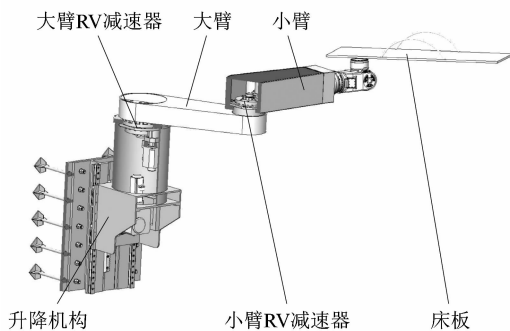


图1 医用机械臂三维模型

Figure 1 3D model of medical manipulator

由于拉格朗日法在分析多关节动力学特性上不涉

及到约束力^[9],所以课题组采用拉格朗日法来建立动力学模型。

用于保守系统的拉格朗日方程基本形式为

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (1)$$

式中: $q_1, q_2, \dots, q_n$ 为所研究的力学系统的广义坐标; $\dot{q}_i$ 各广义坐标中的广义速度; τ_i 为作用在第*i*个广义坐标的广义力或力矩(平移时为广义力,旋转时为力矩), $i=1, 2, 3, \dots, n$ 。

$$L = T - V. \quad (2)$$

式中: T 为系统总的动能; V 为系统总的势能。

现只研究医用机械臂做大范围运动时的动力学特性,只考虑大臂及小臂将医用机械臂简化成两杆结构,并建立如图2所示的固定坐标系 OXY 及参考坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1, O_2X_2Y_2Z_2$ 。两杆平行于地面绕 Z 和 Z_1 轴转动,质心分别为 m_1 和 m_2 ,绕质心的转动惯量为 I_{C1} 和 I_{C2} ; L_{C1} 和 L_{C2} 为各关节轴中心到相对应杆质心的距离; L_1 和 L_2 为各关节中心垂直距离。

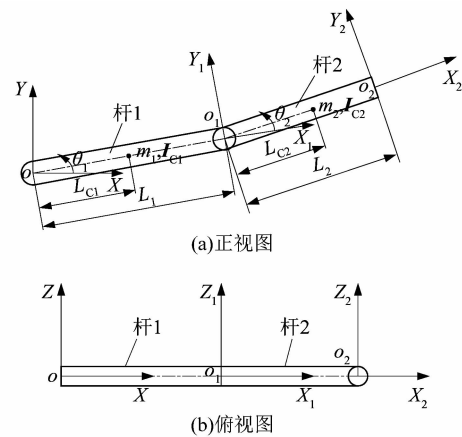


图2 医用机械臂坐标系

Figure 2 Coordinate system of medical manipulator

取各个关节的转角 θ_1, θ_2 为广义坐标,根据图2利用几何法求得各杆质心坐标的位置矢量。

杆1质心坐标:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= L_{C1} \cos \theta_1; \\ y_1 &= L_{C2} \sin \theta_1; \\ z_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

杆2质心坐标为:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= L_1 \cos \theta_1 + L_{C2} \cos (\theta_1 + \theta_2); \\ y_2 &= L_1 \sin \theta_1 + L_{C2} \sin (\theta_1 + \theta_2); \\ z_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

因为各杆绕定轴转动可以表示为质心的平移运动和绕质心的旋转运动2个运动的合成,所以系统总动

能为:

$$E_K = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) + I_{Ci} \dot{\theta}_i^2 \right) \quad (5)$$

系统总势能为:

$$E_P = \sum_{i=1}^2 m_i g h_i \quad (6)$$

式中: $\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i$ 为各杆质心在 X, Y, Z 轴的速度分量; I_{Ci} 各杆对质心的转动惯量; $\dot{\theta}_i$ 为各杆转动角速度; g 为重力加速度; h_i 为各杆质心到零势能平面距离。

综合式(1), (2), (5) 和 (6) 并计算整理, 将结果写成矩阵形式:

$$\tau = D(\theta) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (7)$$

$$\text{式中: } \tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}; \ddot{\theta} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix}; \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}; \dot{\theta} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}.$$

τ 为各关节所需力矩, 等于减速器末端输出扭矩; $D(\theta)$ 为医用机械臂 2×2 惯性矩阵; $H(\theta, \dot{\theta})$ 为 2×1 阶离心力和柯氏力矢量; $G(\theta)$ 为 2×1 阶重力矢量。

2 关节旋转铰接处产生的摩擦扭矩计算求解

2.1 关节铰接法向接触力计算

首先将医用机械臂各关节铰接简化成如图3所示的铰接接触形式, 利用达朗伯定理对医用机械臂进行动静力学分析来求解接触面上接触力, 如图4所示。其中, $F_{I_{C1X}}, F_{I_{C1Y}}, F_{I_{C2X}}, F_{I_{C2Y}}$ 为各杆质心惯性力矢量在 X, Y 轴的分量; F_{1X}, F_{1Y} ($i=1 \sim 2$) 为关节 j ($j=1 \sim 2$) 处杆 i 受到的约束力 (铰接面接触力) 在 X, Y 轴的分量; F_{1X}, F_{1Y} 为杆1在关节2处受到杆2给予的约束反力; I_{Ci} ($i=1, 2$) 为杆 i 质心位置。

忽略惯性力矩、弯矩的影响, 且各个力对关节中心产生力矩由电机输出力矩来平衡。根据图4可列出如下受力分析表达式:

1) 以杆1为研究对象

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0, F_{1X'} + F_{I_{C1X}} + F_{1X} &= 0; \\ \sum Y = 0, F_{1Y'} - F_{I_{C1Y}} + F_{1Y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

2) 以杆2为研究对象

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0, F_{2X'} + F_{I_{C2X}} &= 0; \\ \sum Y = 0, F_{2Y'} - F_{I_{C2Y}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $F_{1X} = -F_{2X'}$; $F_{1Y} = -F_{2Y'}$; $F_{I_{C1X}} = m_1 \ddot{x}_1$; $F_{I_{C1Y}} = m_1 \ddot{y}_1$ 。

其中: $\ddot{x}, \ddot{y}$ 为对公式(3)和(4)求二阶导数, 得到的杆1和杆2的质心加速度在 X, Y 轴的投影分量。

根据公式(8)和(9)解出各关节两铰接面接触力如下:

$$\left. \begin{aligned} F_{1X'} &= -(F_{I_{C2X}} + F_{I_{C1X}}); \\ F_{1Y'} &= -(F_{I_{C2Y}} + F_{I_{C1Y}}). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{2X'} &= -F_{I_{C2X}}; \\ F_{2Y'} &= F_{I_{C2Y}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

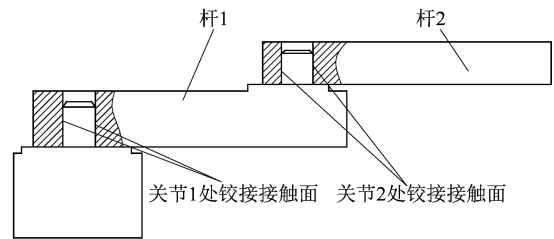


图3 医用机械臂关节铰接简化示意图

Figure 3 Simplified diagram of medical mechanical arm joint articulation

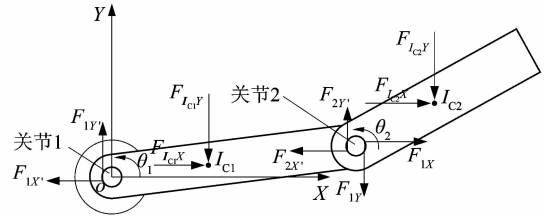


图4 医用机械臂受力分析

Figure 4 Force analysis of medical mechanical arm

2.2 关节铰接处摩擦扭矩计算

课题组选取库伦摩擦模型^[9]来求解医用机械臂关节处的摩擦力矩, 表达式为:

$$T_{cf}(\theta, \dot{\theta}) = \mu \cdot T_n \operatorname{sgn}(v) \quad (12)$$

式中: $T_{cf}(\theta, \dot{\theta})$ 为库伦摩擦力矩; μ 为摩擦因数; $\operatorname{sgn}(v)$ 为符号函数; T_n 为法向接触力矩, 且有

$$T_n = F_n r \quad (13)$$

式中: F_n 为法向接触力; r 为作用半径。

综合式(10)~(13)可得到库伦摩擦模型下关节1, 2铰接接触面上摩擦力矩分别为:

$$\left. \begin{aligned} T_{f1X} &= \mu_1 \cdot F_{1X'} \cdot r_1 \cdot \operatorname{sgn}(v); \\ T_{f1Y} &= \mu_1 \cdot F_{1Y'} \cdot r_1 \cdot \operatorname{sgn}(v). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{f2X} &= \mu_2 \cdot F_{2X'} \cdot r_2 \cdot \operatorname{sgn}(v); \\ T_{f2Y} &= \mu_2 \cdot F_{2Y'} \cdot r_2 \cdot \operatorname{sgn}(v). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: μ_1, μ_2 为关节1, 2的两面摩擦因数; r_1, r_2 为作用半径; $T_{f1X}, T_{f1Y}, T_{f2X}, T_{f2Y}$ 为关节1, 2处 X, Y 轴上的接触力作用下所产生的摩擦力矩。

库伦摩擦模型下各关节总摩擦力矩 T_{f1}, T_{f2} 可表示为:

$$\left. \begin{aligned} T_{f1} &= T_{f1X} + T_{f1Y}; \\ T_{f2} &= T_{f2X} + T_{f2Y}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

3 RV 减速器末端输出扭矩计算

图5所示为机械臂与减速器简化连接图及RV减速器结构简图。减速器输入扭矩由电机1和电机2提供,各减速器输出盘与臂杆相连为减速器扭矩输出端,并为臂杆转动提供动力。课题组主要考虑第一级中心轮与3个行星轮之间的啮合间隙、啮合阻尼和啮合刚度而将其它部分考虑成刚性体,建立RV减速器的动力学模型得出电机输入扭矩与减速器末端输出扭矩的关系。

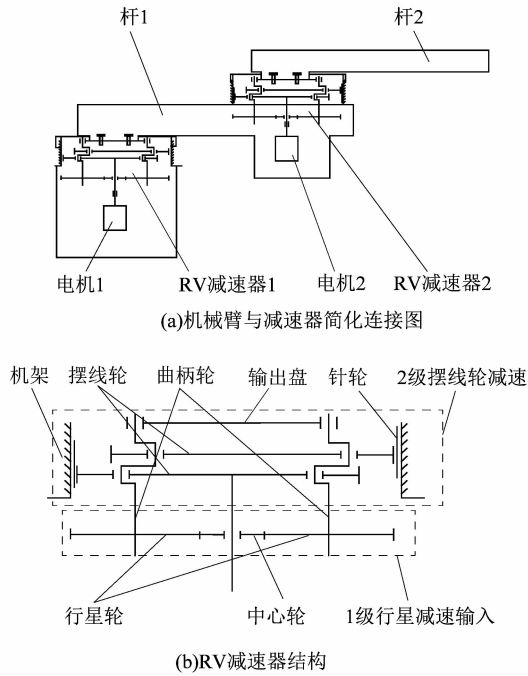


图5 机械臂与减速器简化连接图及RV减速器结构

Figure 5 Simplified connection diagram of manipulator and reducer and structural of RV reducer

3.1 一级渐开线圆柱齿轮行星减速机构啮合力分析

RV减速器中一级渐开线圆柱齿轮行星减速机构动力学模型如图6所示,图中 $k_{spn}, c_{spn} (n=1 \sim 3)$ 表示中心轮与第 n 个行星轮之间的时变啮合刚度 and 时变啮合阻尼; $\theta_s, \theta_{p1}, \theta_{p2}, \theta_{p3}$ 为RV减速器中心轮及各行星轮的旋转角度; $r_s, r_{p1}, r_{p2}, r_{p3}$ 为RV减速器的中心轮及各行星轮基圆半径。

假设各齿轮制造精度足够高,忽略齿面制造误差,关节1处中心轮与各行星轮啮合力 F_{sn}, F_{pn} 有:

$$\left. \begin{aligned} F_{sn} &= k_{spn} f(r_s \theta_s + r_{pn} \theta_{pn} - (r_s + r_{pn}) \theta_r \cos \alpha) + \\ &c_{spn} f'(r_s \dot{\theta}_s + r_{pn} \dot{\theta}_{pn} - (r_s + r_{pn}) \dot{\theta}_r \cos \alpha); \\ F_{pn} &= -F_{sn} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

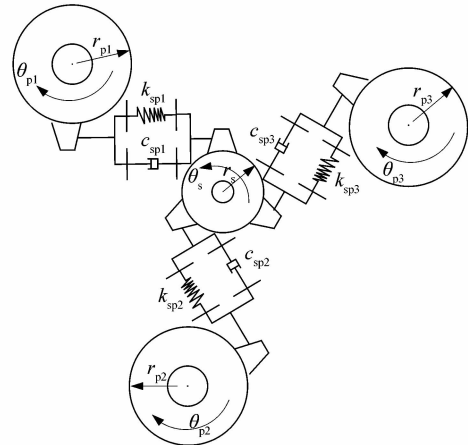


图6 RV减速器1级行星减速动力学模型

Figure 6 First stage planetary deceleration dynamics model of RV reducer

同理,关节2处为:

$$\left. \begin{aligned} F'_{sn} &= k'_{spn} f'(r'_s \theta'_s + r'_{pn} \theta'_{pn} - (r'_s + r'_{pn}) \theta'_r \cos \alpha') + \\ &c'_{spn} f'(r'_s \dot{\theta}'_s + r'_{pn} \dot{\theta}'_{pn} - (r'_s + r'_{pn}) \dot{\theta}'_r \cos \alpha'); \\ F'_{pn} &= -F'_{sn} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: F_{sn} 为中心轮与第 n 个行星轮之间中心轮所受啮合力; F_{pn} 表示第 n 个行星轮与中心轮之间行星轮所受啮合力;文中带有上角标的参数为关节2处减速器参数。

间隙函数:

$$f(x) = \begin{cases} x - b, & x > b; \\ 0, & -b < x < b; \\ x + b, & x < -b. \end{cases} \quad (19)$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dot{x}, & x > b \text{ 或 } x < -b; \\ 0, & -b < x < b. \end{cases} \quad (20)$$

式中: b 为间隙值一半; x 为2齿轮啮合时沿啮合线方向的相对位移; $\dot{x}$ 为啮合时相对速度。

参考文献[10]第165页把1个啮合周期中的时变啮合刚度及啮合阻尼描述成式:

$$k_{spn}(t) = \begin{cases} k_1, & \text{mod}((t + \frac{\varphi_0}{2\pi}), T_m) \in (0, (2 - \varepsilon) T_m), \\ k_2, & \text{mod}((t + \frac{\varphi_0}{2\pi}), T_m) \in ((2 - \varepsilon) T_m, T_m); \end{cases} \quad (21)$$

$$k'_{spn}(t) = \begin{cases} k'_1, & \text{mod}((t' + \frac{\varphi'_0}{2\pi}), T'_m) \in (0, (2 - \varepsilon') T'_m), \\ k'_2, & \text{mod}((t' + \frac{\varphi'_0}{2\pi}), T'_m) \in ((2 - \varepsilon') T'_m, T'_m); \end{cases} \quad (22)$$

$$c_{spn} = 2\xi_m \sqrt{k_m r_s^2 r_{pn}^2 J_s J_{bn} / (r_s^2 J_s + r_{pn}^2 J_{bn})}; \quad (23)$$

$$c'_{spn} = 2\xi_m \sqrt{k'_m r_s'^2 r_{pn}'^2 J'_s J'_{bn} / (r_s'^2 J'_s + r_{pn}'^2 J'_{bn})}。 \quad (24)$$

式中:mod 为取余函数; T_m 为啮合周期; φ_0 为啮合初始相位; ε 为重合度; k_1, k_2 为由 ISO 法计算的单、双齿的啮合刚度; k_m 为齿轮平均啮合刚度; J_s, J_{bn} 分别为中心论、行星轮的转动惯量,假设 3 个行星轮制造无差别则其转动惯量相同; ξ_m 为轮齿啮合阻尼比,一般取 0.03 ~ 0.17。

3.2 建立 RV 减速器动力学模型

由 RV 减速器传动原理可知,3 个曲柄轴在 3 个行星轮的带动下进行自转,同时在针轮和 3 个曲柄轴作用下,2 个 RV 轮进行自转和公转并同时带动 3 个曲柄轴进行公转,3 个曲柄轴带动输出盘转动,形成 1:1 输出。所以可应用当量惯量原理将输出盘、曲柄轴和行星轮公转当成整体考虑并等效为如图 7 所示系统。图 7 中 J_r, J_1, J_2, J_3 分别为 RV 轮、输出盘和 3 个曲柄轴、3 个行星轮公转时对中心的转动惯量; J_{R1}, J_{R2} 分别为 RV 轮 1,2 的自转转动惯量,且有 $J_{R1} = J_{R2}$ 。假设 2 个 RV 轮相同,相差 180° 安装,则可选取一个 RV 轮进行受力分析,参考文献[11]67 页对 RV 轮受力分析如图 8 所示, $\Sigma F_{ix}, \Sigma F_{iy}$ 为针轮对 RV 轮的力在 X, Y 轴方向分力; $F_{j1}, F_{j2} (j=1 \sim 3)$ 为曲柄对 RV 轮的作用力在 X, Y 轴方向分力且 $F_{11} = F_{21} = F_{31}, F_{12} = F_{22} = F_{32}; r_{g1}$ 为 RV 轮节圆半径; T_s 为负载扭矩。

曲柄轮、行星轮、输出盘公转等效系统

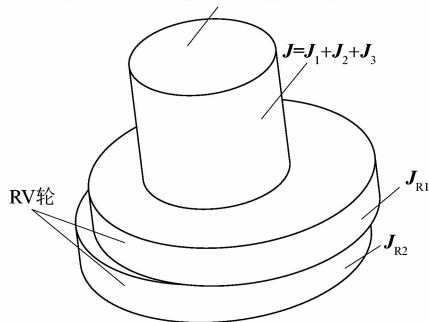


图 7 RV 轮受力分析

Figure 7 Force analysis of RV wheel

由文献[10]165 页可知, F_{j1}, F_{j2} 分别与 $\Sigma F_{ix}, \Sigma F_{iy}$ 平衡且不对 O_{rv} 产生扭矩,所以对图 8 系统可列出如下动力学方程:

$$\begin{cases} 2 \Sigma F_{ix} r_{g1} - T_s = (J_{R1} + J_{R2} + J_r + J_1 + J_2 + J_3) \ddot{\theta}_r; \\ \Sigma F_{ix} = 3F_{j1}。 \end{cases} \quad (25)$$

同理关节 2 处:

$$\begin{cases} 2 \Sigma F'_{ix} r'_{g1} - T'_s = (J'_{R1} + J'_{R2} + J'_r + J'_1 + J'_2 + J'_3) \ddot{\theta}'_r; \\ \Sigma F'_{ix} = 3F'_{j1}。 \end{cases} \quad (26)$$

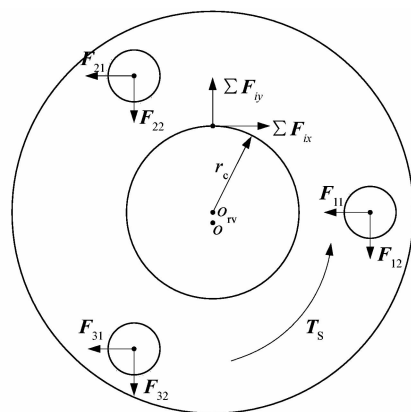


图 8 输出盘、曲柄轴及行星轮公转当量等效系统

Figure 8 Rotation equivalents equivalent system of output disk, crank shaft and planetary wheel

参照文献[11]68 页对曲柄自转过程的受力分析如图 9 所示,则可对曲柄列出如下动力学方程:

$$F_{p1} r_{p1} - 2F_{j1} e = (J_{b1} + J_h) \ddot{\theta}_h。 \quad (27)$$

式中 J_h 为曲柄自转时对中心的转动惯量。

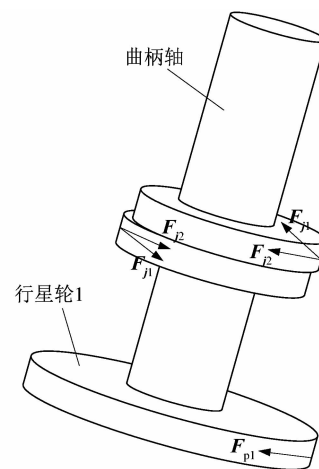


图 9 曲柄受力分析

Figure 9 Force analysis of crank

综合表达式(17),式(25)和式(27)得出 RV 减速器的 2 自由度动力学方程:

$$\begin{cases} T_r - \sum_{n=1}^3 F_{sn} r = J_s \ddot{\theta}_s; \\ F_{p1} r_{p1} - 2F_{j1} e = (J_b + J_h) \ddot{\theta}_h; \\ 2 \Sigma F_{ix} r_{g1} - T_s = (J_{R1} + J_{R2} + J_r + J_1 + J_2 + J_3) \ddot{\theta}_r。 \end{cases} \quad (28)$$

式中: $\theta_{hl} = \theta_{pl}$; $\theta_{hl} = [(Z_1/Z_2) + Z_7]\theta_{r0}$ 。

其中: $\ddot{\theta}_s$ 为中心轮转动角加速度; $\theta_r, \theta_{hl}, \ddot{\theta}_r, \ddot{\theta}_{hl}$ 分别为 RV 轮及曲柄的旋转角度及角加速度; Z_1, Z_2, Z_7 分别为中心轮、行星轮及针轮齿数; e 为曲柄偏心距; T_r 为电机输出扭矩。

同理关节 2 处 RV 减速器动力学模型为:

$$\left. \begin{aligned} T'_r - \sum_{n=1}^3 F'_{sn} r' &= J'_s \ddot{\theta}'_s; \\ F'_{pl} r'_{pl} - 2F'_{jl} e' &= (J'_b + J'_h) \ddot{\theta}'_{hl}; \\ 2 \sum F'_{ix} r'_{gl} - T'_s &= (J'_{R1} + J'_{R2} + J'_r + J'_1 + J'_2 + J'_3) \ddot{\theta}'_{r0} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

其中: $\theta'_{hl} = \theta'_{pl}$; $\theta'_{hl} = [(Z'_1/Z'_2) + Z'_7]\theta'_{r0}$ 。

4 包含 RV 减速器中心轮与行星轮之间齿侧间隙及关节摩擦的医用机械臂动力学模型

综合式(7), (16), (28) 和(29) 可得, 包含一级行星减速器中心轮与行星轮之间齿侧间隙及关节摩擦的医用机械臂动力学模型为:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= D(\theta) \ddot{\theta} + H(\theta) \dot{\theta} + G(\theta) + T(f); \\ T_r - \sum_{n=1}^3 F_{sn} r_s &= J_s \ddot{\theta}_s; \\ F_{pl} r_{pl} - 2F_{jl} e &= (J_b + J_h) \ddot{\theta}_{hl}; \\ 2 \sum F_{ix} r_{gl} - T_s &= (J_{R1} + J_{R2} + J_r + J_1 + J_2 + J_3) \ddot{\theta}_r; \\ \sum F_{ix} &= 3F_{jl}; \\ T'_r - \sum_{n=1}^3 F'_{sn} r' &= J'_s \ddot{\theta}'_s; \\ F'_{pl} r'_{pl} - 2F'_{jl} e' &= (J'_b + J'_h) \ddot{\theta}'_{hl}; \\ 2 \sum F'_{ix} r'_{gl} - T'_s &= (J'_{R1} + J'_{R2} + J'_r + J'_1 + J'_2 + J'_3) \ddot{\theta}'_{r0}; \\ \sum F'_{ix} &= 3F'_{jl}; \\ \tau_1 &= T_s; \\ \tau_2 &= T'_s; \\ \theta_1 &= \theta_r; \\ \theta_2 &= \theta'_{r0}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式中 $T(f) = T_{f1}/T_{f2}$ 为关节摩擦扭矩矩阵。

5 仿真分析

医用机械臂参数如表 1 所示, 表 2 所示为关节 1 和 2 处减速器相关部件的转动惯量, 其余各参数为: $r_s = 0.057 \text{ m}$; $r_{p1} = r_{p2} = r_{p3} = 0.134 \text{ m}$; $r_{g1} = 0.173 \text{ m}$; $e = 0.026 \text{ m}$; $Z_1 = 20$; $Z_2 = 64$; $Z_7 = 38$; $r'_s = 0.047 \text{ m}$; $r'_{p1} = r'_{p2} = r'_{p3} = 0.120 \text{ m}$; $r'_{g1} = 0.158 \text{ m}$; $e' = 0.019$

m ; $Z'_1 = 17$; $Z'_2 = 51$; $Z'_7 = 32$; 啮合角 $\alpha = \alpha' = 20^\circ$ 。

表 1 医用机械臂参数

Table 1 Parameters of medical manipulator arm				
杆号	L_i/m	L_{Gi}/m	m_i/kg	$I_{Gi}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
1	1.374	0.514	641.500	160.380
2	1.695	0.721	596.332	80.815

表 2 关节 1 和 2 处减速器相关部件转动惯量

Table 2 Relevant parts rotational inertia of reducer at joints 1 and 2			
项目	转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	项目	转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
J_s	0.004 0	J'_s	0.003 5
J_b	0.032 0	J'_b	0.028 0
J_3	0.130 0	J'_3	0.110 0
J_h	0.005 0	J'_h	0.004 0
J_2	0.062 0	J'_2	0.056 0
J_{R1}	0.043 0	J'_{R1}	0.037 0
J_r	0.052 0	J'_r	0.046 0
J_1	0.213 0	J'_1	0.194 0

图 10 和 11 所示为关节 1, 2 角加速度在时域上的曲线图。图中工况 I 为不考虑时变刚度、啮合阻尼、间隙和关节摩擦; 工况 II 为虑时变刚度、啮合阻尼; 间隙 $b_1 = 0.02 \text{ mm}$, $b_2 = 0.02 \text{ mm}$; 工况 III 为考虑时变刚度、啮合阻尼, 间隙 $b_1 = 0.05 \text{ mm}$, $b_2 = 0.04 \text{ mm}$; 工况 IV 为考虑时变刚度、啮合阻尼, 间隙 $b_1 = 0.05 \text{ mm}$, $b_2 = 0.04 \text{ mm}$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.02$ 。从图中可以看出当不考虑 RV 减速器行星轮与中心轮的时变啮合刚度、啮合阻尼及齿侧间隙时, 杆 1 和 2 的角加速度波动由两杆之间相互耦合影响所造成, 曲线出现的峰值较少, 当考虑上述因素时关节 1 和 2 角加速度曲线峰值出现连续峰值, 且随着间隙的增大波动范围也增大, 当增加关节摩擦时, 加速度的波动范围有所减小, 因为关节摩擦的出现, 相当于增加了系统的阻尼。

图 12 和 13 所示为杆 1 和 2 角加速度的频谱图, 从图中可以看出, 由于 2 杆之间耦合作用所产生的加速度波动频率较低, 而杆 1 和 2 加速度在 RV 减速器行星轮与中心轮的时变啮合刚度、啮合阻尼、齿侧间隙及杆耦合作用下, 其频谱图出现连续峰值, 加速度呈现非周期性波动, 波动振幅随着间隙的增加也有所增大, 当考虑关节摩擦时, 振动的振幅有所减小。

图 14 和 15 所示为医用机械臂杆 1 和 2 的功率谱, 从图中可以看出在时变啮合刚度、啮合阻尼和齿侧间隙的影响下杆 1 和 2 的角加速度功率谱曲线出现了振荡, 且随着间隙的增加, 波动范围也有所增加, 说明

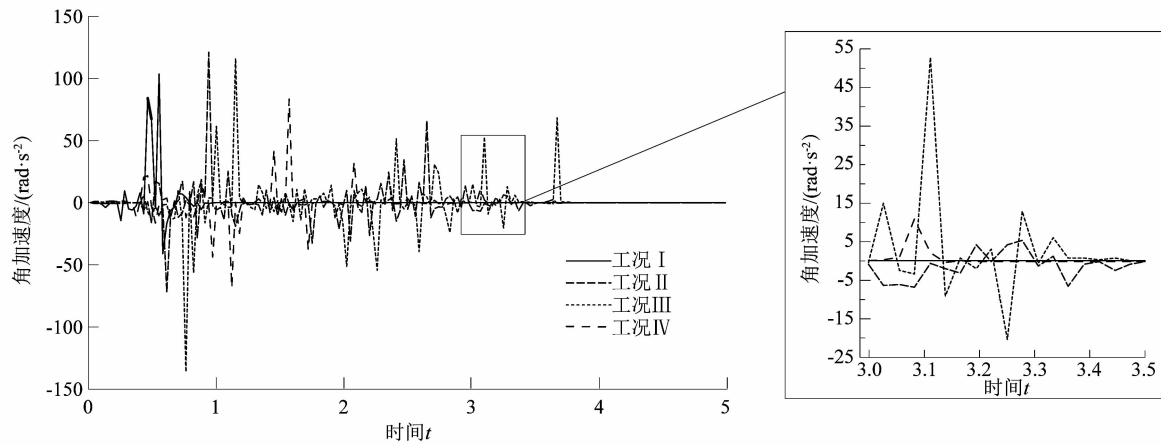


图 10 关节 1 角加速度时域

Figure 10 Time domain of joint 1 angular acceleration

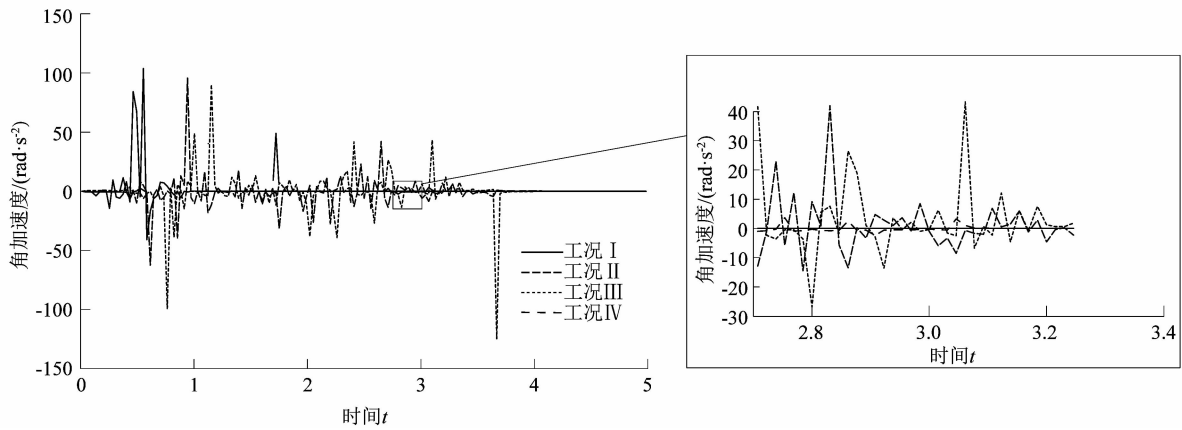


图 11 关节 2 角速度时域

Figure 11 Time domain of joint 2 angular acceleration

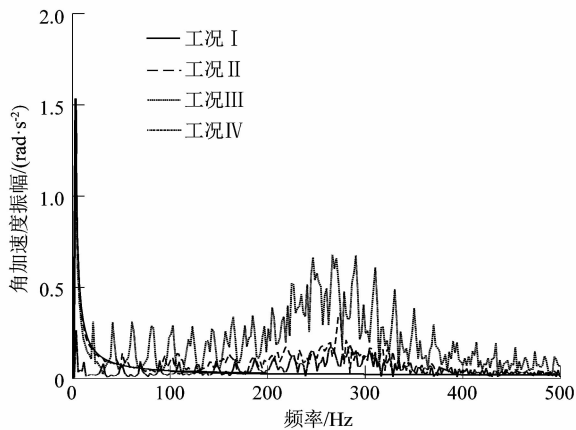


图 12 关节 1 角加速度频域

Figure 12 Frequency domain of joint 1 angular acceleration

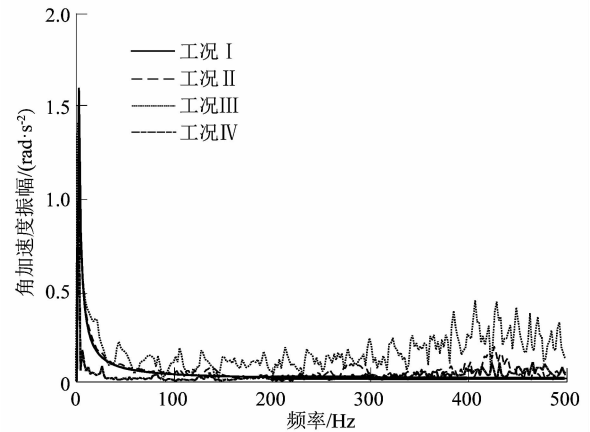


图 13 关节 2 角加速度频域

Figure 13 Frequency domain of joint 2 angular acceleration

齿轮啮合冲击占据系统的能量也增加,由于啮合阻尼的存在也导致了曲线整体随着间隙的增大向下移动,

当考虑关节摩擦时,齿轮冲击所引起的加速度振的动能减弱,曲线整体出现向下偏移,说明关节摩擦出现

虽然减小了减速器啮合冲击所带来的加速度振动,但是关节摩擦造成了系统的能量损失。

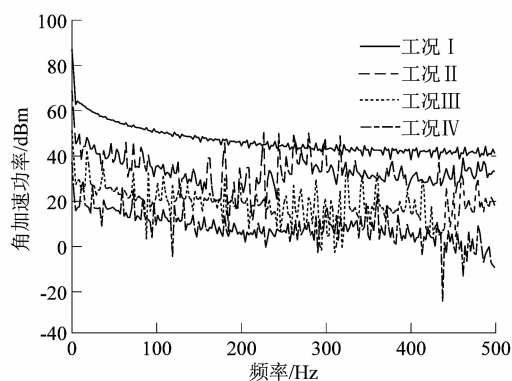


图 14 杆 1 角加速度功率谱
Figure 14 Power spectrum of rod 1 angular acceleration

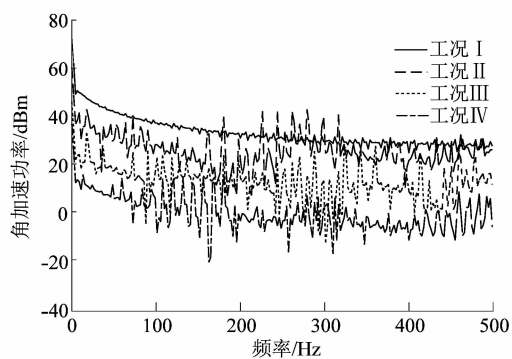


图 15 杆 2 加速度功率谱
Figure 15 Power spectrum of rod 2 angular acceleration

图 16 和 17 所示为医用机械臂末端位置轨迹在 X 轴、 Y 轴的投影,可以看出,由于时变啮合刚度、啮合阻尼和齿侧间隙的出现,在相同时刻,医用机械臂到达的位置出现偏差,随着间隙的增大,末端运动出现了时间上的延迟现象,关节摩擦的出现进一步加大了末端轨迹的误差。

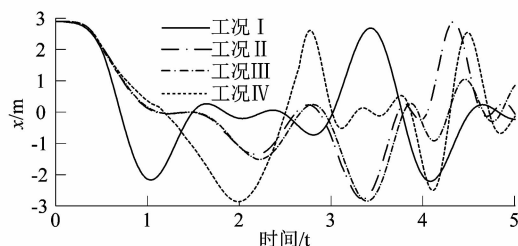


图 16 医用机械臂 X 方向末端轨迹
Figure 16 X direction end track of medical mechanical arm

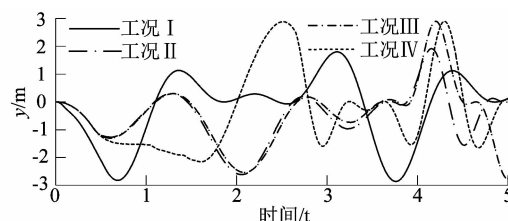


图 17 医用机械臂 Y 方向末端轨迹
Figure 17 Y direction end track of medical mechanical arm

6 结语

课题组以医用机械臂为研究对象,建立了包含 RV 减速器中心轮与行星轮之间的时变啮合刚度、啮合阻尼、齿侧间隙及关节摩擦的动力学模型,通过仿真分析得出:由于减速器的齿侧间隙、啮合刚度、啮合阻尼的存在,医用机械臂角加速度出现明显的非周期波动,且随着齿侧间隙的增大,波动的幅值也增大,关节摩擦的出现虽对角加速度的波动有一定的抑制作用,但会造成系统的能量损失,同时齿侧间隙、啮合刚度、啮合阻尼的存在也使机械臂末端位置出现误差,运动出现时间上的延迟,关节摩擦会使末端轨迹更加复杂,进一步加剧末端位置误差。综上所述:医用机械臂在进行摆位控制时,应该对上述因素进行适当的补偿,使摆位达到较高的精度,提高肿瘤放射治疗的精准度。

参考文献:

- [1] 姜万荣,朱锡旭. 放射肿瘤学技术进展[J]. 现代肿瘤学,2012,20(4):33-34.
- [2] STATHAKIS S. The physics of radiation therapy [J]. Medical Physics,2010,27(3):1374-1375.
- [3] 卢剑伟,陈昊,孙晓明,等. 考虑减速机构间隙的机械臂动力学建模分析[J]. 机械工程学报,2013,45(15):15-21.
- [4] 夏力,罗路平,徐琦. 关节式同步带减速机械臂精度分析与优化研究[J]. 机电工程,2018,35(12):1297-1303.
- [5] DA SILVA A R, DE SOUZA L C, SCHAFFER B. Joint dynamic modeling and parameter identification for space robot applications[J]. Mathematical Problems in Engineering,2007,2007:1-19.
- [6] MESTER G, PLET S, PAJOR G, et al. Flexible planetary gear drives in robotics[C]//Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation. San Diego, CA, USA:IEEE,1992:646-650.
- [7] 孙晓明. 考虑减速机构间隙的机械臂动力学建模与分析[D]. 合肥:合肥工业大学,2014:38-39.
- [8] 何诗文. 考虑行星齿轮间隙的空间机械臂关节动力学建模与控制策略研究[D]. 北京:北京邮电大学,2012:25-30.
- [9] 朱松青,李永,高海涛,等. 基于混合摩擦表达的机器人模块化关节动力学建模与仿真[J]. 机械设计与制造工程,2019,48(1):5-8.
- [10] 林腾蛟,曹洪,谭自然,等. 四级行星齿轮减速器耦合系统动态性能优化[J]. 机械工程学报,2018,54(11):165.
- [11] 董向阳,邓建一,陈建平. RV 传动机构的受力分析[J]. 上海交通大学学报,1996,30(5):67-68.