

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.04.006

# 仿人关节并串结构位姿求解算法研究

梁 辉<sup>1</sup>, 张广兴<sup>1</sup>, 王术徽<sup>1</sup>, 孔祥旭<sup>1</sup>, 王 辉<sup>1</sup>, 汪传生<sup>1,2</sup>

(1. 青岛科技大学 机电工程学院, 山东 青岛 266061;  
2. 青岛科技大学 山东省高分子材料先进制造技术重点实验室, 山东 青岛 266061)

**摘要:**针对用于脑卒中患者上肢的康复训练,针对肩关节和肘关节运动的特点,课题组提出了一种6自由度仿人关节并串机构。该结构是由2种不同位姿并联机构进行并串组合而成,课题组利用Kutzbach-Grüble公式对其进行自由度的求解;采用解析法对该机构进行位姿分析研究,运用了球面三角形余弦定理来分析机构运动中弧形杆弧长不确定的情况;采用分部求解法把整体问题拆分成2个互有关联的部分进行求解。结果表明:与传统的对整体结构直接求解的方法相比,课题组采用的求解算法大大减小了求解的计算量。文中研究的方法适用于同类型位姿分离的并串组合,对其他同类型结构的位姿分析具有参考意义。

**关键词:**仿人关节;球面并联机构;并串结构;位姿;余弦定理;分部求解法

中图分类号:TP242;TH112 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2020)04-0033-05

## Algorithm for Solving Pose of Parallel Structure of Humanoid Joint

LIANG Hui<sup>1</sup>, ZHANG Guangxing<sup>1</sup>, WANG Shuhui<sup>1</sup>,  
KONG Xiangxu<sup>1</sup>, WANG Hui<sup>1</sup>, WANG Chuansheng<sup>1,2</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266061, China;  
2. Shandong Key Laboratory of Advanced Polymer Material Manufacturing Technology, Qingdao University of  
Science and Technology, Qingdao, Shandong 266061, China)

**Abstract:** In order to train the upper limbs of stroke patients, according to the characteristics of shoulder and elbow joint movement, a six degrees of freedom humanoid joint parallel mechanism was proposed. Structure of the parallel mechanism was composed of two different position, and string composition could be used for cerebral apoplexy patients with upper limb rehabilitation training. Degrees of freedom were solved by using Grubel Kutzbach formula. Discussed the position of the mechanism by using analytic method. Analysed the mechanism motion arc rod arc length in uncertain circumstances by using spherical triangle cosine theorem. Adopted the division method divided the overall problem into two parts of the two linked to each other. This method is applicable to other parallel combination of the same type of pose separation. Compared with the traditional method of solving the whole structure directly, it greatly simplifies the calculation and provides a reference value for the pose analysis of other structures of the same type.

**Keywords:** humanoid joints; spherical parallel mechanism; parallel-serial structure; posture; cosine theorem; division method

并联机构是指具有2个或者2个以上的自由度,上下平台通过独立的运动链相连,驱动方式主要为并联驱动的一种闭环机构<sup>[1-3]</sup>。并联机构具有精度高、动

态响应好、结构紧凑、刚度强和工作空间较小等特点,一般应用于高精度、高刚度或承载能力大的领域<sup>[4-5]</sup>。人体关节是骨与骨连接的地方,它的形态结构决定了

收稿日期:2020-01-08;修回日期:2020-04-21

基金项目:山东省重点研发计划项目(2018GNC112007);山东省自然科学基金资助项目(ZR2016XJ003)。

第一作者简介:梁辉(1971),男,河南新乡人,博士,副教授,主要从事并联运动机床(机器人)及其机构学理论、先进加工装备及控制技术方面的研究。通信作者:张广兴(1994),男,山东菏泽人,硕士研究生,主要研究方向为机器人及智能制造技术。E-mail:zhanggxwin@163.com

人体的运动方式和活动幅度,人体各部位关节之间相连,构成了人体的框架。位于人体上肢中间的肘关节连接前臂和大臂,是人体上肢的负重关节,在人们日常生活中具有及其重要的作用<sup>[6]</sup>。

随着医疗技术的发展以及机器人技术的广泛应用,主要用于人体的关节运动功能的康复训练的康复机器人,成为医学研究的热点<sup>[7]</sup>。课题组设计了一种仿人关节的并串结构,可穿戴在患者的上肢,作为仿生机械臂用于治疗人体脑卒中导致的上肢功能性障碍。该机构的下半部分仿制的是人的大臂,可以实现三维方向移动,运动空间是立方体,通过控制3个方向的同时移动,使大臂做出类似绕2个方向的转动;回转由上半部分完成。上半部分是球面并联机构,仿制的是人的肘关节,可实现三维转动,承接肘部的运动。文中利用球面三角形余弦定理来对该并串机构进行位姿求解。

## 1 机构的自由度

如图1所示,该并串机构由上、下两部分串联组成,且上、下两部分的运动互不影响,则可以先分开求两部分各自的自由度(即将上、下两部分中的一部分看成整体,求另一部分的自由度),再取并集。下部分是3-RPC并联机构,可以仿制人的大臂运动,每条支链由一个转动副R,一个移动副P和一个圆柱副C组成,R副的轴线平行于定平台;P副的轴线与R副和C副的轴线相互垂直,C副与R副的轴线相互平行,转动副R在这里作为驱动副。将上部分看成一个整体,当3个单开链共同作用时,3-RPC机构末端的运动等同于组成该机构的各个分支支链运动的交集,因此中间三角平台的运动为3个单开链各自所具有运动的交集<sup>[8]</sup>,即输出运动矩阵为

$$\mathbf{M}_{pa} = \mathbf{M}_{s1} \cap \mathbf{M}_{s2} \cap \mathbf{M}_{s3} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}_{11} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}_{12} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}_{13} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^0 \end{bmatrix}。 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}_{si}$ 为第*i*条单开链的输出矩阵(*i*=1,2,3); $t^3$ 为动平台的独立平移输出,3表示独立输出个数为3; $r^1$ 为动平台的独立转动输出,1表示独立输出个数为1。

因此可以看出,下部分对平台输出3个方向的平移运动。

并联机构的上部分是3-RPR并联机构,模仿人的肘部运动,可以实现3个方向的转动,其中1个转动实现大臂的回转,每条支链由1个转动副R(连接弧形滑轨和底端,3条支链底下的转动副R在中间平台正三角形的3个角上,3条轴线方向相交与三角形的中心)、1个移动副P(沿弧形滑轨移动,弧形滑轨的中心

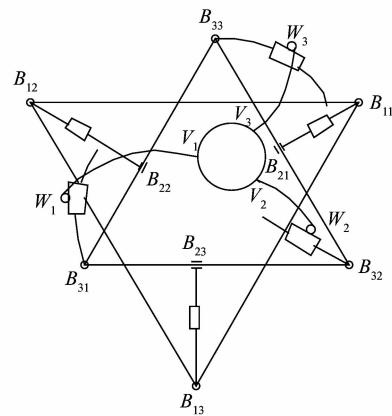


图1 并联结构的机构简图

Figure 1 Schematic diagram of parallel structure

与中间平台的正三角形的中心重合)和1个转动副R(轴线与弧形滑轨垂直)组成,每条支链中的2个转动副R的轴线位置线性无关并且汇交于一点,各支链的结构相同且完全对称,3-RPR机构所有转动副R的轴线相交于一点,该点为末端动平台运动轨迹的转动球面的球心,机构中沿滑轨移动的3个移动副P的轨迹均在上述球心的球面上<sup>[9-11]</sup>。动平台与3个弧形件固连,弧形件的中心与中间平台的正三角形的中心重合。明显可以看出上部分是球面并联机构,所以上部分的自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{k=1}^g f_k = 3(8 - 9 - 1) + 9 = 3。 \quad (2)$$

式中: $M$ 为机构的自由度; $d$ 为机构的阶数; $n$ 为包括机架的构件数目; $g$ 为运动副的数目; $f_k$ 为第*k*个运动副的自由度。

即上部分为动平台输出3个转动副,将上、下两部分整合后可以看出动平台总共有3个平移和3个转动共6个自由度。

## 2 位置反解

当已知上活动平台的6个位置参量,即3个相对于固定坐标系的独立转角和相对于固定坐标系的X,Y,Z坐标,以上活动平台中心处为参考量,设为点P。将定平台正三角形 $\triangle B_{11}B_{12}B_{13}$ 的中心设为坐标原点O,Z轴垂直于底端 $\triangle B_{11}B_{12}B_{13}$ ,将 $B_{13}O$ 方向设为Y轴方向,建立固定坐标系,然后在中间三角平台部分建立新坐标系。在新坐标系中,将正三角形 $\triangle B_{31}B_{32}B_{33}$ 轴线的交点设为原点 $O_1$ , $Z'$ 轴过点 $O_1$ 并且垂直于 $\triangle B_{31}B_{32}B_{33}$ , $X'$ 轴过中心点 $O_1$ 且垂直于面 $B_{31}OZ'$ , $Y'$ 轴在面 $B_{31}OZ'$ 上。如图2所示,可知新坐标系是由固

定坐标系统  $Z$  轴旋转  $\pi/3$ , 再沿  $X, Y, Z$  轴平移得来。

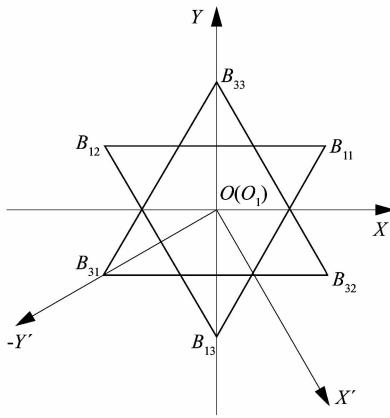


图 2 坐标示意图

Figure 2 Schematic diagram of coordinates

如图 3 所示, 当  $O_1B_{3i}, O_1W_i, O_1Z'$  同时在面  $O_1B_{3i}Z'$  上时为上半部分初始状态, 这在新坐标系是可计算得到的, 则初始状态  $W''_1, W''_2, W''_3$  单位向量坐标为:

$$\left. \begin{aligned} W''_1 &= \left( 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right); \\ W''_2 &= \left( \frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2} \right); \\ W''_3 &= \left( -\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

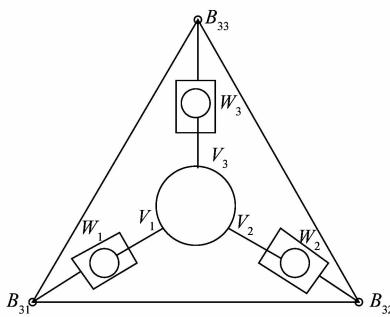


图 3 上半部分的初始状态

Figure 3 Initial state of upper part

又知上活动平台 3 个相对于固定坐标系的独立转角  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ , 而新坐标系由固定坐标系统绕  $Z$  轴旋转  $\pi/3$ , 可知上活动平台 3 个相对于新坐标系的独立转角为  $\theta_x, \theta_y, \frac{\pi}{3} + \theta_z$ , 则在新坐标系中  $W'_1, W'_2, W'_3$  单位向量坐标为

$$W''_i = T_1 W'_i, i = 1, 2, 3.$$

式中

$$T_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \cos \theta_y; \\ A_{12} &= \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_y \sin \theta_x - \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \cos \theta_x; \\ A_{13} &= \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_y \cos \theta_x + \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_x; \\ A_{21} &= \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \cos \theta_y; \\ A_{22} &= \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_y \sin \theta_x + \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \cos \theta_x; \\ A_{23} &= \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_y \cos \theta_x + \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta_z \right) \sin \theta_x; \\ A_{31} &= -\sin \theta_y; \\ A_{32} &= \cos \theta_y \sin \theta_x; \\ A_{33} &= \cos \theta_y \cos \theta_x. \end{aligned}$$

则可求出  $O_1W'_i$  在新坐标系中的单位向量, 在球面三角形  $\triangle B_{3i}W'_iZ'$  中, 由余弦定理知

$$\cos c_i = \cos a_i \cos b_i + \sin a_i \sin b_i \cos \theta_{1i}, i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_i &= \alpha_{1i} = \angle B_{3i}O_1W'_i = \arccos \left( \frac{O_1B_{3i} \cdot O_1W'_i}{|O_1B_{3i}| |O_1W'_i|} \right); \\ b_i &= \angle B_{3i}O_1Z' = \pi/2; \\ c_i &= \angle W'_iO_1Z' = \arccos \left( \frac{O_1W'_i \cdot O_1Z'}{|O_1W'_i| |O_1Z'|} \right). \end{aligned}$$

可以求得  $\theta_{1i}$  的值。

在初始状态时,  $O_1P''$  的单位向量为  $(0 \ 0 \ 1)^T$ , 则新坐标系下  $O_1P'$  的值可由  $hO_1P'' = T_1O_1P'$  计算得知, 其中  $h$  为点  $O_1$  与  $P$  的距离, 为固定值, 由制造时决定。又知固定坐标系由新坐标系统绕  $Z$  轴旋转  $-\pi/3$ , 再沿  $X, Y, Z$  平移得来, 则由

$$O_1O = O_1P - O_1P'. \quad (5)$$

其中,

$$O_1P = \begin{bmatrix} \cos(-\pi/3) & -\sin(-\pi/3) & 0 \\ \sin(-\pi/3) & \cos(-\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} O_1P'.$$

可求得相对固定坐标系中间新坐标系原点  $O_1(x_1, y_1, z_1)^T$  的值。

上下三角形均为正三角形, 边长分别为  $\frac{3}{2}a$  和

$\frac{3}{2}b$ 。下部分中,中间正三角形 $\triangle B_{31}B_{32}B_{33}$ 在固定坐标系的竖直投影为 $B'_{31}B'_{32}B'_{33}$ ,其3边所在直线为

$$\left. \begin{array}{l} B'_{32}B'_{33}: y = -\sqrt{3}x + (y_1 + \sqrt{3}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}a); \\ B'_{31}B'_{33}: y = \sqrt{3}x + (y_1 - \sqrt{3}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}a); \\ B'_{31}B'_{32}: y = y_1 - \frac{\sqrt{3}}{4}a. \end{array} \right\} \quad (6)$$

则在固定坐标系中,底部三角形3个顶点 $B_{11}, B_{12}, B_{13}$ 到直线 $B'_{32}B'_{33}, B'_{31}B'_{33}, B'_{31}B'_{32}$ 的距离 $d'_1, d'_2, d'_3$ 分别为:

$$\left. \begin{array}{l} d'_1 = \frac{\frac{3\sqrt{3}b}{4} + \frac{\sqrt{3}b}{4} - (y_1 + \sqrt{3}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}a)}{2}; \\ d'_2 = \frac{\frac{3\sqrt{3}b}{4} + \frac{\sqrt{3}b}{4} - (y_1 - \sqrt{3}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}a)}{2}; \\ d'_3 = y_1 - \frac{\sqrt{3}a}{4} + \frac{\sqrt{3}b}{2}. \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\text{若} \left\{ \begin{array}{l} d'_i = 0, \theta_i = \frac{\pi}{2}, \\ d'_i \neq 0, \theta_i = \arctan \frac{z_1}{d_i}. \end{array} \right.$$

式中, $i=1,2,3$ 。

此时 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和 $\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}$ 均为已知,反解求解完毕。

### 3 位置正解

当输入位置角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和角 $\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}$ 均已知时,由图4可知, $W'_1$ 的方向余弦为:

$$W'_{1Y} = -\cos \alpha_{11};$$

$$W'_{1Z} = \sin \alpha_{11} \cos \theta_{11};$$

$$W'_{1X} = -\sin \alpha_{11} \sin \theta_{11}.$$

$W'_2$ 的方向余弦为:

$$W'_{2Z} = \sin \alpha_{12} \cos \theta_{12};$$

$$W'_{2X} = (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha_{12} + \frac{1}{2} \sin \alpha_{12}) \sin \theta_{12};$$

$$W'_{2Y} = (\frac{1}{2} \cos \alpha_{12} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha_{12}) \sin \theta_{12}.$$

$W'_3$ 的方向余弦为:

$$W'_{3Z} = \sin \alpha_{13} \cos \theta_{13};$$

$$W'_{3X} = (-\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha_{13} - \frac{1}{2} \sin \alpha_{13}) \sin \theta_{13};$$

$$W'_{3Y} = (\frac{1}{2} \cos \alpha_{13} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha_{13}) \sin \theta_{13}.$$

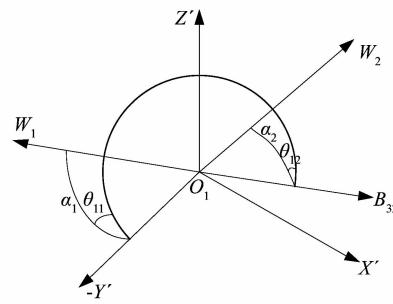


图4 球面多边形图

Figure 4 Diagram of spherical polygon

在上半部分的新坐标系中,在球面三角形 $\triangle B_{3i}W'_iZ'$ 中,由式(4)和 $\sin^2 \alpha_{1i} + \cos^2 \alpha_{1i} = 1$ 知 $\alpha_{1i}$ 值,再由式(3)可以求出上活动平台3个相对于固定坐标系的独立转角 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ,再由 $hO_1P'' = T_1O_1P'$ 计算出 $O_1P'$ 的值。

在下半部分中,由

$$\left. \begin{array}{l} \theta_i = \frac{\pi}{2}, d'_i = 0; \\ \theta_i \neq \frac{\pi}{2}, \tan \theta_i = \frac{z_1}{d'_i} \end{array} \right\} \quad (8)$$

其中 $d'_i$ 由式(7)知,可求出 $O_1(x_1, y_1, z_1)^T$ 的值,由式(5)可求得 $OP$ ,则正解求解完毕。

### 4 结论

1) 课题组提出了一种新型3-RPR+3-RPC的6自由度仿人关节并串结构,该结构可用于偏瘫等患者术后的上肢康复训练,有着广阔的应用前景。

2) 分析了该机构的特点,利用K-G公式得到该机构共有6个自由度。

3) 通过对位姿正反解进行求解计算,发现求解时将该机构一分为二,化繁为简,再分别求解整合,利用球面三角形定理求解球面并联机构运动中弧形杆弧长未知的问题,相比同时解6个未知数省去了繁琐的求解步骤,减少了计算量。但针对弧形杆在运动过程中与患者出现的干涉问题,还需要进一步的进行分析研究。

4) 该求解方法为同类型的多层次串并联机构的位置分析提供了参考。

### 参考文献:

- [1] HUANG Zhen, LI Qinchuan. General methodology for type synthesis of lower-mobility symmetrical parallel manipulators and several novel manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(2):131-145.

(下转第42页)