

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2022.01.005

基于调制函数的振动力学模型全参数估计

陈宇宁¹, 吴建民¹, 田 杨²

(1. 上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620;
2. 沈阳理工大学 机械工程学院, 辽宁 沈阳 110159)

摘 要:为提高振动力学模型的精度,课题组对振动力学参数展开研究。基于经典系统力学模型通过在定义域内进行级数展开,重构动力学模型;应用分部积分法及引入调制函数将微分问题转化为关于加速度的积分方程,以便于获取加速度信息作为输入;采用最小二乘法估计刚度、阻尼值,应用雅克比正交级数来表示未知力,从而实现动力学模型全参数的估计。通过估计值和真实值对比验证了课题组所提出的估计方法的准确性。该方法可实现未知参数下的动力学建模,具有一定工程应用价值。

关 键 词:振动力学模型;调制函数;分部积分法;正交级数;参数估计

中图分类号:TH123 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2022)01-0024-04

Parameter Estimation of Vibration Mechanics Model Based on Modulation Function

CHEN Yuning¹, WU Jianmin¹, TIAN Yang²

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;
2. School of Mechanical Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of vibration mechanics model, the dynamic parameters were studied. Based on the classical system mechanics model, the dynamic model was reconstructed by series expansion in the domain of definition. The differential problem was transformed into an integral equation about the acceleration by using the partial integral method and introducing the modulation function, so that the obtained acceleration information can be used as the input. The stiffness and damping values were estimated by the least square method, Jacobian orthogonal series was used to express the unknown force, and the estimation of all parameters of the dynamic model was realized. The accuracy of the proposed estimation method was verified by comparing the estimation results with the experimental data. This method can realize dynamic modeling under unknown parameters and has certain engineering application significance.

Keywords: vibration mechanics model; modulation function; partial integral method; orthogonal series; parameter estimation

应用力学模型进行系统的力学特性分析,是揭示系统振动规律从而进行结构设计与改进的重要方法,而获得精准的动力学模型参数是建模过程的关键技术。为此,学者们针对动力学模型参数估计进行了相关研究。孔令毅等^[1]应用增广最小二乘法完成了动力学模型参数的无偏估计。王茜等^[2]联合全相位FFT

和最小二乘法建立了电机叶片的振动参数估计模型。吴超等^[3]搭建了电磁轴承-柔性转子系统实验平台,并基于模态实现了动力学模型的参数辨识。高轩等^[4]采用分步辨识法建立系统力学参数辨识模型。魏青轩等^[5]将离散频谱校正和最小二乘联立,推导了以加速度信息为输入的系统参数辨识模型。李新广等^[6]结

收稿日期:2021-03-07;修回日期:2021-01-07

基金项目:辽宁省教育厅科学研究项目(LG201926)。

第一作者简介:陈宇宁(1992),男,辽宁铁岭人,硕士研究生,主要研究方向为计算机辅助设计与制造。E-mail:747501611@qq.com

合了 Fourier 级数方法和最小二乘法辨识出非线性动力学模型中的刚度与阻尼。商兴莲等^[7]利用多体系统传递矩阵法识别出机床动力学参数值。

上述方法通过实验或理论方法进行了动力学参数的估计,然而上述方法没有实现刚度、阻尼和力的全参数估计,课题组基于调制函数法提出了一种具有通用性的动力学参数辨识方法,通过该方法可实现动力学全参数的估计。

1 动力学模型参数估计

振动分析过程经典力学将系统视为如图 1 所示的力学模型。

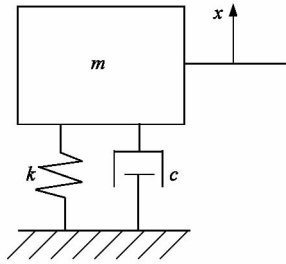


图 1 动力学系统模型

Figure 1 Dynamic system model

上述动力学模型可描述为^[8-10]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f. \quad (1)$$

式中: m 为质量, c 为阻尼, k 为刚度系数, f 为作用力。

由于加速度传感器便于布置,且其为相对式仪器,基于加速度信息估计动力学模型参数,则有:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) &= f(t); \\ y(t) &= \ddot{x}(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

设 $T < t$, g_i 为区间 $[t-T, t]$ 上的二阶调制函数。 $i = 1, \dots, N$ 。目前采用的调制函数形式主要有:三角调制函数、Hermite 调制函数、样条调制函数和 Hartley 调制函数等。由于本研究动力学模型为线性模型,因此选择形式为 $g(t) = (b-t)^m t^n$ 的多项式调制函数。当 $[t-T, t] \subset \mathbf{R}$, $l \in \mathbf{N}^*$, g_i 为定义在区间 $[t-T, t]$ 上的调制函数,满足:

$$(P_1): g \in C^l([t-T, t]);$$

$$(P_2): g^{(k)}(t-T) = 0;$$

$$(P_3): g^{(k)}(t) = 0.$$

式中: t 为时间, T 为任意小于时间 t 的常量。

1.1 刚度和阻尼参数估计

将 f 在定义域内进行级数展开, $\forall \tau \in [t-T, t]$,

$$f(\tau) = \sum_{j=0}^{+\infty} \rho_j p_j(\tau), \text{ 然后进行 } n \text{ 阶截断, 可以得到:}$$

$$f_n(\tau) := \sum_{j=0}^n \rho_j p_j(\tau). \quad (3)$$

式中: τ 为在定义域内的参数, p_j 为幂函数, ρ_j 为对应阶次的常数。

然后将模型近似如下:

$$m\ddot{x}(\tau) + c\dot{x}(\tau) + kx(\tau) \approx f_n(\tau). \quad (4)$$

对于 $i = 1, \dots, N$, 在式(1) 两边同时乘以 $\ddot{g}_i$, 并从 $t-T$ 到 t 积分, 可得:

$$\begin{aligned} m \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau + c \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) \dot{x}(\tau) d\tau + \\ k \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) x(\tau) d\tau = \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) f(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

在式(5) 中使用分部积分可得到:

$$\begin{aligned} \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) \dot{x}(\tau) d\tau &= [\dot{g}_i(\tau) \dot{x}(\tau)]_{\tau=t-T}^{\tau=t} - \\ &\int_{t-T}^t \dot{g}_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) x(\tau) d\tau &= [\dot{g}_i(\tau) x(\tau)]_{\tau=t-T}^{\tau=t} - \\ &[g_i(\tau) \dot{x}(\tau)]_{\tau=t-T}^{\tau=t} + \int_{t-T}^t g_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

根据调制函数 g_i 的性质, 其未知边界值可以被消除, 因此, 对于 $i = 1, \dots, N$, 可以得到:

$$\begin{aligned} m \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau - c \int_{t-T}^t \dot{g}_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau + \\ k \int_{t-T}^t g_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau = \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) f(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b}. \quad (9)$$

式中 $\mathbf{b}$ 为常向量, $\boldsymbol{\lambda} = (c, k)^T$, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times 2}$ 和 $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^N$ 如下:

$$A(i, 1) = - \int_{t-T}^t \dot{g}_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau;$$

$$A(i, 2) = - \int_{t-T}^t g_i(\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau;$$

$$b(i) = - \int_{t-T}^t \ddot{g}_i(\tau) (f(\tau) - \ddot{x}(\tau)) d\tau.$$

式中 $i = 1, \dots, N$ 。

式(9) 可以用最小二乘法求解,得:

$$\lambda = (A^T A)^{-1} A^T b. \quad (10)$$

1.2 参数力 f 的估计

为了估计参数力 f ,课题组考虑雅克比正交基,定义在 $[0, 1]$ 上的雅克比正交多项式如下:

$$P_n^{(\mu, \kappa)}(\tau) = \sum_{j=0}^n \binom{n+\mu}{j} \binom{n+\kappa}{n-j} (\tau-1)^{n-j} \tau^j. \quad (11)$$

式中 $\mu, \kappa \in [-1, +\infty]$ 。

令函数 f 和 g 是属于 $C([0, 1])$ 的函数,然后是标量积 $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mu, \kappa}$ 函数的定义如下:

$$\langle f(\cdot), g(\cdot) \rangle_{\mu, \kappa} = \int_0^1 \omega_{\mu, \kappa}(\tau) f(\tau) g(\tau) d\tau. \quad (12)$$

式中 $\omega_{\mu, \kappa}(\tau) = (1-\tau)^\mu \tau^\kappa$ 是相关的权重函数,因此可以获得:

$$\|P_n^{(\mu, \kappa)}\|_{\mu, \kappa}^2 = \frac{\Gamma(\mu+n+1)\Gamma(\kappa+n+1)}{\Gamma(\mu+\kappa+n+1)\Gamma(n+1)\Gamma(2n+\mu+\kappa+1)}. \quad (13)$$

如果 $f \in C([t-T, t])$, 其可以用下面的雅克比正交级数来表示:

$$f(t-T\tau) = \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{\langle P_j^{(\mu, \kappa)}(\cdot), f(t-T\cdot) \rangle_{\mu, \kappa}}{\|P_j^{(\mu, \kappa)}\|_{\mu, \kappa}^2} P_j^{(\mu, \kappa)}(\tau). \quad (14)$$

2 模型验证

为了验证上述模型的准确性,课题组应用 MATLAB 编制了式(1)动力学方程的计算程序,通过代入已知作用力,已知动力学模型参数刚度 k 、阻尼 c 和作用力参数 f , 计算出在此作用力 f 下的位移、速度和加速度:

$$f = F_0 \sin \omega t. \quad (15)$$

式中 F_0 为常力。

系统动力学模型中部分参数如表 1 所示。

表 1 力学模型参数

Table 1 Mechanical model parameters

质量/kg	刚度 $\times 10^7 /$ ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	阻尼 $\times 10^4 /$ ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)	作用力 f/kN
4 780	3.8	4.5	15

通过计算可获得模型的位移、速度和加速度信息,而课题组提出的估计模型是以加速度信息作为输入

的,因为在布置传感器的过程中,加速度传感器更容易完成装配,计算出的加速度信息如图 2 所示。

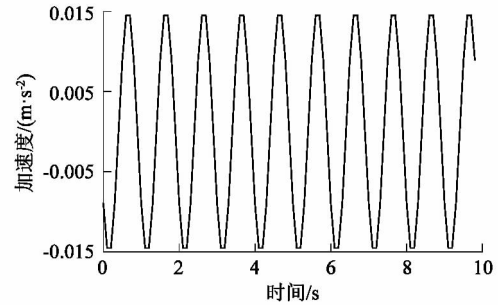


图 2 加速度真实值

Figure 2 True value of acceleration

在已知加速度的前提下,将模型真实参数刚度 k 、阻尼 c 和作用力参数 f 作为未知参数,应用式(2)~(13)估计得到刚度 k 、阻尼 c 和作用力参数 f ,再将估计值与真实值进行对比,从而验证参数辨识模型的正确性,具体验证过程如图 3 所示。

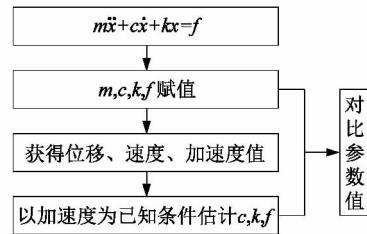


图 3 估计方法验证流程

Figure 3 Estimation method validation process

按照图 3 的流程通过仿真估计出参数: $k = 3.85 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $c = 4.59 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$; $f = 14\,750 \sin \omega t$ 。仿真估算得到 k, c, f , 与表 1 中的真实值对比,误差分别是 1.3%、2.0% 和 1.7%。

为了进一步直观地对比课题组提出估计模型的准确性,课题组将估计出的参数代入式(1)中重新计算出系统速度和位移的估计值,图 4 所示为速度的真实值与估计值对比结果。

图 5 所示为位移的真实值与估计值对比结果。

通过对比可知:在应用估计出的参数进行动力分析的估计值与真实值重合度较高,其趋势重叠且振动幅值误差较低,因此证明课题组提出估计模型具有较高的精度。

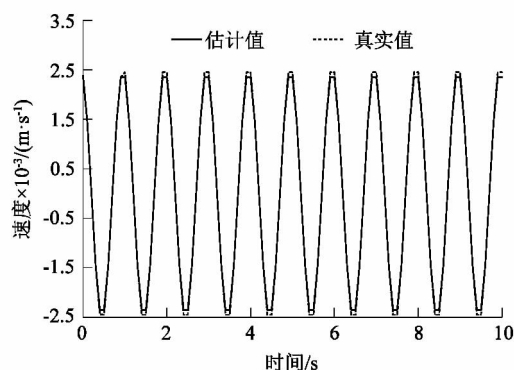


图4 速度的真实值与估计值对比

Figure 4 Comparison of real and estimated speed

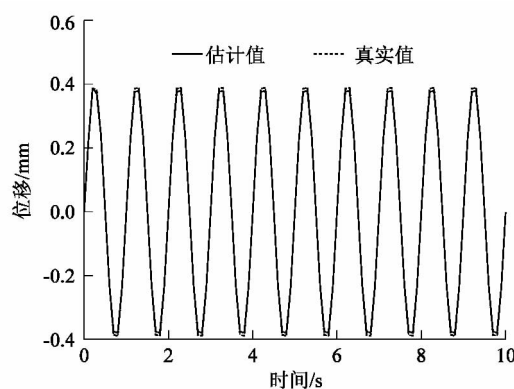


图5 位移的真实值与估计值对比

Figure 5 Comparison of real and estimated displacement

4 结论

课题组以便于获得的加速度信息为输入数据,基于传统动力学模型通过调制函数法建立了振动力学系

统的全参数的估计模型,所提出的方法将微分问题转换为积分问题,大大降低了求解的误差,通过估计值和真实值得对比,其综合平均误差为 1.67%,通过课题组提出的估计模型,可实现振动力学参数无法测量前提下的系统建模,从而开展相关的力学状态分析。

参考文献:

- [1] 孔令毅,李学伟,张易晗,等. 基于双激励信号的双惯量进给系统机械参数辨识[J]. 机床与液压,2021,49(6):1-5.
- [2] 王茜,雷晓波. 旋转叶片异步振动参数辨识方法及试验验证[J]. 机械强度,2021,43(1):50-55.
- [3] 吴超,苏振中,张贤彪,等. 磁悬浮汽轮机多盘转子动力学建模与参数辨识[J]. 中国电机工程学报,2021,41(2):442-451.
- [4] 高轩,洪振宇,刘嘉初,等. 3 自由度飞行模拟运动平台动力学参数辨识试验研究[J]. 机械设计,2020,37(4):78-82.
- [5] 魏青轩,王建林,韩锐,等. 基于 DSC-LS 的加速度计动态模型参数辨识[J]. 北京理工大学学报,2018,38(12):1282-1288.
- [6] 李新广,毛宽民,甘士瑜,等. 恒流开式液体静压支承动力学建模及参数辨识方法[J]. 机床与液压,2019,47(17):155-161.
- [7] 商兴莲,王国平,芮筱亭,等. 超精密机床系统动力学参数辨识研究[J]. 组合机床与自动化加工技术,2019(11):25-29.
- [8] LING M, HOWELL L L, CAO J, et al. A pseudo-static model for dynamic analysis on frequency domain of distributed compliant mechanisms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2018,10(5):051011.
- [9] YANG C J, XU Y, ZHU W D, et al. A three-dimensional modal theory-based Timoshenko finite length beam model for train-track dynamic analysis[J]. Journal of Sound and Vibration,2020,479:115363.
- [10] 张彩丽,李思益,李体仁. 摆线钢球减速器输出机构力学模型的建立与分析[J]. 轻工机械,2005(3):68-70.

(上接第 23 页)

- [2] 谢卫东,王春光,彭晓东,等. 防止纱线重叠的卷绕比确定方法[J]. 重庆大学学报,2010,33(7):58-62.
- [3] WEI J,ZHANG D,CHEN R Q. Research on the control technique for optimal dispersion winding system [C]//IEEE International Conference Mechatronics and Automation. Niagara Falls:IEEE,2005:1351-1356. doi: 10.1109/ICMA.2005.1626750.
- [4] ZHOU Q S,DING F. A novel automatic winder anti-stacked controller based on double closed-loop controlling strategy [C]//2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Changsha: IEEE, 2010: 218-221. doi: 10.1109/ICMTMA.2010.353.

- [5] 马继忠,薛飞龙,王增红. 倍捻机的卷绕成形防叠装置[J]. 纺织机械,2004(4):8-10.
- [6] 周贻华. 倍捻机差微防叠卷绕机构原理探讨[J]. 纺织学报,2002(4):20-21.
- [7] 祝章琛. 双齿轮卷绕防叠机构的分析与综合[J]. 纺织学报,1985(5):32-36.
- [8] 胡企贤,徐雷麟. 精密卷绕防叠分析与设计[J]. 中国纺织大学学报,1987(1):9-18.
- [9] 李章伟. 转杯纺纱机卷绕防叠机构原理分析[J]. 内燃机与配件,2016(11):146-148.
- [10] 佚名. 纱线染色的重现性问题的分析和解决方法[J]. 网印工业,2020(4):46-49.