[研究·设计]

DOI:10.3969/j. issn. 1005-2895. 2022. 03. 006

多自由度弧面分度凸轮机构动力学研究

贲晨阳[1], 何雪明[1,2], 刘 超[1]

(1. 江南大学 机械工程学院, 江苏 无锡 214122;
2. 江南大学 江苏省食品先进制造装备技术重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘 要:为解决对真实的弧面分度凸轮机构进行动力学响应分析困难的问题,课题组建立了11自由度等效动力学模型来模拟弧面分度凸轮机构的实际情况。推导出有11个等式的动力学方程组,线性化处理后,得到时变线性系统的微分方程组;应用威尔逊-θ法对变系数微分方程进行求解,得出机构的固有频率,并对转速区间进行划分;分析了不同转速下机构载荷盘角加速度的动力学响应。结果表明:随着输入轴转速的不断提高,载荷盘的角加速度响应的增长趋势趋于显著。

关 键 词:弧面分度凸轮机构;自由度;威尔逊-θ法;固有频率;动力学响应

中图分类号:TH112.2　**文献标志码**:A　**文章编号**:1005-2895(2022)03-0036-07

Dynamic Research on Multi Degree of Freedom Globoidal Indexing Cam Mechanism

BEN Chenyang[1], HE Xueming[1,2], LIU Chao[1]

(1. School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: In order to solve the problem of difficult dynamic response analysis of real globoidal indexing cam mechanism, 11 DOF equivalent dynamic model was established to simulate the actual situation of globoidal indexing cam mechanism, and the dynamic equations with 11 equations were derived. After linearization, the differential equations of the time-varying linear system were obtained. Differential equations with variable coefficients was sloved and the natural frequency of the mechanism was obtained by Wilson-θ method, and the speed range was divided . The dynamic response of the angular acceleration of the mechanism load plate at different speeds was analyzed. The results show that with the continuous increase of the input shaft speed, the increasing trend of the angular acceleration response of the load plate tends to be significant.

Keywords: globoidal indexing cam mechanism; freedom; Wilson-θ method; natural frequency; dynamic response

为了能够让弧面分度凸轮机构以更加平稳、高效和精度更高的方式运行,缩小国内与国外产品间的差距,弧面分度凸轮机构的动力学性能越来越受研究人员的关注。国内外专家学者对弧面分度凸轮机构的动力学方面进行了研究:张三等[1]对弧面分度凸轮进行瞬态动力学分析,得到分度期内工作轮廓曲面和转盘滚子曲面的动态接触应力分布及其变化规律;刘言松等[2]结合多体动力学并运用虚拟样机对弧面分度凸轮机构进行了动力学方面的研究;冯立艳等[3]通过模态分析得到转盘轴的固有频率和振型图,为弧面分度

收稿日期:2021-12-13;**修回日期**:2022-01-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51275210);国家自然科学基金资助项目(51975251);江苏省食品先进制造装备技术重点实验室自主研究课题资助项目(FMZ2018Y2)。

第一作者简介:贲晨阳(1997),男,江西赣州人,硕士研究生,主要研究方向为现代机械设计与制造、机械动力学。E-mail:1527728918@qq.com

凸轮机构后续动力学研究提供重要参考;赵世田等[4]提出基于齐次坐标变换的通用圆锥滚子弧面分度凸轮轮廓曲面方程建立方法;M. Chew 等[5]和 Y. S. Unlusoy 等[6]提出了凸轮机构的单自由度和双自由度模型的综合理论;Ching-Haun Tseng 等[7]建立数学模型验证了凸轮与滚子间的间隙对角加速度的影响;王其超等[8]建立凸轮机构的单、双自由度振动模型,从而建立动态响应方程。

由于机构运转时具有较高的转速,各构件的惯性力不断增加,导致动力学响应变大。因此,机构中从动件的动力学响应与理论有很大的偏差。所以,对分度凸轮机构,仅从运动学方面考虑已经不能解决工程的实际问题,因此需要对其在动力学方面进行深入的研究。

1 设计模型

弧面分度凸轮机构三维模型如图 1 所示,通过弧面分度凸轮轮廓面与滚子间的啮合作用,实现分度盘的转动。

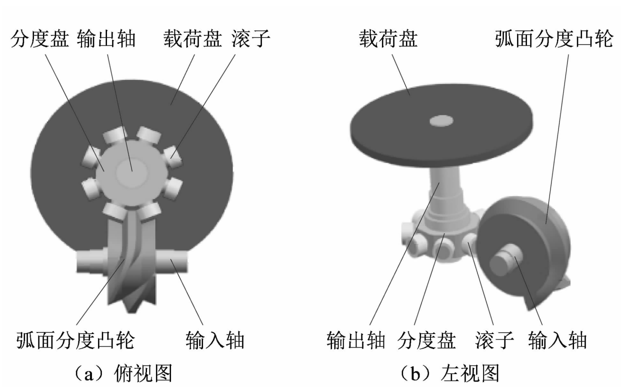


图 1 弧面分度凸轮机构的三维模型

Figure 1 Three-dimensional model of arcuate indexing cam mechanism

1.1 弧面分度凸轮机构动力学模型假定

由于弧面分度凸轮机构的动力学性能受诸多因素的影响,为了深入研究凸轮机构的动力学性能的影响因素,以弧面分度凸轮机构的主要特征为基础,对弧面分度凸轮机构的动力学模型进行简化,对模型做以下假定:

1) 忽略前置装置对弧面分度凸轮机构的影响,假定弧面分度凸轮等速回转[9];

2) 假定弧面分度凸轮与均匀安装在分度盘上的滚子可实现理想的无间隙啮合;

3) 将分度盘、弧面分度凸轮、载荷盘和滚子视作刚性体,本身的弹性变形忽略不计,将输入轴和输出轴视为弹性体;

4) 将弧面分度凸轮、载荷盘和分度盘视为等效集中质量体;

5) 弧面分度凸轮廓面加工精确,无制造和安装误差。

1.2 动力学模型

根据集中质量法,课题组建立多自由度的弧面分度凸轮机构的动力学模型,以解决符合实际情况的动力学模型建立和求解复杂的问题。

如图 2 所示,对输入轴系统(包括输入轴和凸面分度凸轮)进行扭转振动分析时,把输入轴系统看作是以弧面分度凸轮的质量为质量块的扭转系统,等效转动惯量为 $\boldsymbol{J}_1$。在分析输入轴系统的横向振动时,将输入轴系统看作以凸轮的等效质量为 m_1 的质量块,研究其中 x,z 轴方向上的横向振动。

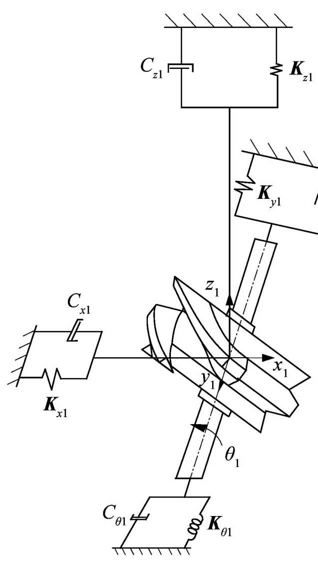


图 2 4 自由度的输入轴系统动力学模型

Figure 2 Dynamic model of input shaft system with 4 degrees of freedom

图 2 中:C_{z1} 为输入轴沿 z 轴方向上的阻尼系数;$\boldsymbol{K}_{x1}$,$\boldsymbol{K}_{y1}$,$\boldsymbol{K}_{z1}$ 分别为输入轴沿 x 轴,y 轴,z 轴方向上的弯曲刚度;C_{x1},C_{y1},C_{z1} 分别为输入轴沿 x 轴,y 轴,z 轴

方向上的振动阻尼系数；$\boldsymbol{K}_{x1}$ 为输入轴沿 x 轴方向上的振动刚度；$C_{\theta1}$ 为输入轴扭转阻尼系数；$\boldsymbol{K}_{\theta1}$ 为输入轴扭转刚度；θ_1 为凸轮转角。

在分析输入轴系统的轴向振动时，将输入轴系统看做以凸轮的等效质量为质量块，研究其在 y 轴方向上的轴向振动。

如图 3 所示，对于输出轴系统（包括输出轴、载荷盘、滚子和分度盘）进行分析时，在分析扭转振动时，将其看作以分度盘等效转动惯量 $\boldsymbol{J}_2$ 和载荷盘的等效转动惯量 $\boldsymbol{J}_1$ 为质量块的双质量扭转系统。在分析其横向振动时，将其看作为各分度盘的等效质量 m_2 与载荷盘的等效质量 m_3 为质量块的简支梁，研究其在 x，y 轴方向上的横向振动。在分析输出轴系统的轴向振动时，将输出轴系统看作以 m_e（$m_e = m_2 + m_3$）为质量块的轴向振动，研究其在输出轴 z 方向上的轴向振动。

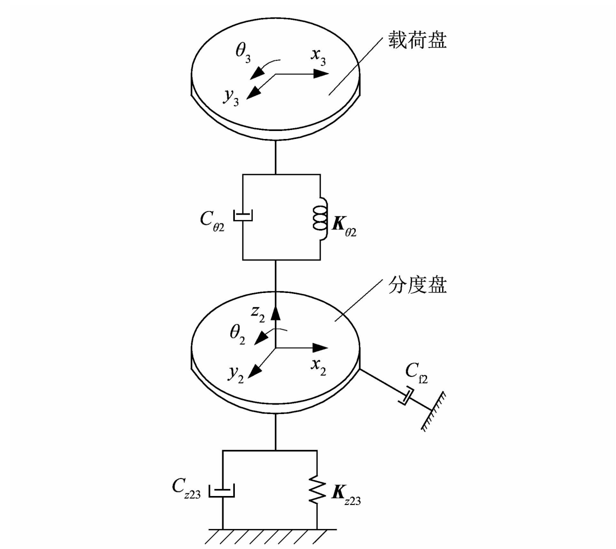


图 3　7 自由度的输出轴系统动力学模型

Figure 3　Dynamic model of output shaft system with 7 degrees of freedom

其中：m_3 和 $\boldsymbol{J}_3$ 分别为载荷盘等效质量和等效转动惯量；θ_3 为载荷盘转角；$\boldsymbol{K}_{22}$，$\boldsymbol{K}_{33}$ 分别为分度盘和载荷盘在 x 轴和 y 轴上的弯曲刚度；$\boldsymbol{K}_{23}$ 为分度盘振动对载荷盘在 x 和 y 轴上弯曲刚度；$\boldsymbol{K}_{32}$ 为载荷盘振动对分度盘在 x 和 y 轴上弯曲刚度；C_{θ_2} 为输出轴扭转阻尼系数；$\boldsymbol{K}_{\theta_2}$ 输出轴扭转刚度；m_2 和 $\boldsymbol{J}_2$ 分别为分度盘等效质量和等效转动惯量；θ_2 为分度盘实际转角；C_{z23} 为输出轴在 z 轴上的振动阻尼系数；$\boldsymbol{K}_{z23}$ 为输出轴系统在 z 轴方向上的等效刚度；C_{f2} 为分度盘的扭转阻尼系数。

将输入轴系统模型与输出轴系统间耦合，建立 11 个自由度的弧面分度凸轮机构动力学模型如图 4 所示。

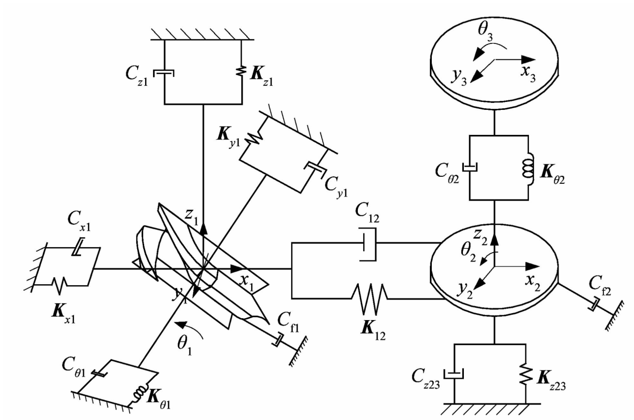


图 4　11 自由度的弧面分度凸轮机构动力学模型

Figure 4　Dynamic model of globular indexing cam mechanism with 11 degrees of freedom

图 4 中：$\boldsymbol{K}_{12}$ 和 C_{12} 分别为凸轮与滚子间的等效接触刚度与等效接触阻尼系数；C_{f1} 为凸轮的扭转阻尼系数；C_{z23} 为输出轴系统在 z 轴方向上的振动阻尼系数。

凸轮与滚子的接触刚度，主要与凸轮自身的刚度、滚子轴的刚度以及滚子的弯曲刚度等因素有关。凸轮与滚子间的接触刚度随着位置的变化而变化。凸轮与滚子接触时可以看作 2 个柱体的相互接触。基于赫兹理论进行刚度计算有：

$$K_{12} = \frac{P}{H} = \frac{1}{h_1 + h_2}。\tag{1}$$

式中：P 为接触区长度方向上的单位力；H 为接触变形量总和；h_1 和 h_2 分别为凸轮与滚子的接触变形量，且有

$$h_1 = \rho_1 - \sqrt{\rho_1^2 - b^2},\tag{2}$$

$$h_2 = \rho_2 - \sqrt{\rho_2^2 - b^2}。\tag{3}$$

式中：ρ_1，ρ_2 分别为凸轮与滚子在接触点处的曲率半径；b 为凸轮与滚子的接触宽度，且

$$b = \sqrt{\frac{4P\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)}{\pi L\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)}}。\tag{4}$$

式中：μ_1，μ_2 分别为凸轮与滚子的泊松比；E_1，E_2 分别为凸轮与滚子的弹性模量；L 为接触区长度。

2 动力学方程

2.1 弧面分度凸轮机构系统能量的计算

考虑弧面分度凸轮机构的横向、扭转和轴向变形,系统的位移列阵 $\boldsymbol{X}$ 为:

$$\boldsymbol{X}=[\theta_1\quad \theta_2\quad \theta_3\quad x_1\quad y_1\quad z_1\quad x_2\quad y_2\quad x_3\quad y_3\quad z_{23}]^{\mathrm{T}}。\tag{5}$$

式中:$\theta_1,\theta_2,\theta_3$分别为凸轮、分度盘和载荷盘的实际转角;$x_1,y_1,z_1$为凸轮沿 x,y,z 轴方向上的线位移;x_2,y_2为分度盘沿 x,y 轴方向上的线位移;x_3,y_3为载荷盘沿 x,y 轴方向上的线位移;z_{23}为输出轴系统(载荷盘和分度盘)沿 z 轴方向上的线位移。

应用拉格朗日方程法来建立弧面分度凸轮机构动力学方程,该方法以机构的系统能量守恒为基础,将机构的动能、势能和耗散能联系起来[10]。所以,需要对机构中各个能量进行求解。

1)机构的动能求解

①凸轮的动能

$$E_{\mathrm{k1}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{J}_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^3+\frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}m_1\dot{z}_1^2。\tag{6}$$

②分度盘的动能

$$E_{\mathrm{k2}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{J}_2\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2+\frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2+\frac{1}{2}m_e\dot{z}_{23}^2。\tag{7}$$

③载荷盘的动能

$$E_{\mathrm{k3}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{J}_3\dot{\theta}_3^2+\frac{1}{2}m_3\dot{x}_3^2+\frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2。\tag{8}$$

2)机构的势能求解

①凸轮的势能

$$E_{\mathrm{p1}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{\theta_1}(\theta_1-\theta)^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{x_1}x_1^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{y_1}y_1^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{z_1}z_1^2。\tag{9}$$

②分度盘的势能

$$E_{\mathrm{p2}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{23}z_{23}^2。\tag{10}$$

③载荷盘的势能

$$E_{\mathrm{p3}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{\theta_2}(\theta_3-\theta_2)^2。\tag{11}$$

④载荷盘与分度盘弯振耦合势能

$$E_{\mathrm{p4}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{33}x_3^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{23}x_2x_3+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{23}x_3x_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{22}x_2^2;\tag{12}$$

$$E_{\mathrm{p5}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{33}y_1^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{21}y_1y_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{12}y_1y_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{22}y_2^2。\tag{13}$$

⑤输出轴与输入轴系统的耦合势能

$$E_{\mathrm{p6}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_{12}(\theta_2-\tau)^2。\tag{14}$$

3)机构的耗散能求解

①输入轴系统的耗散能

$$E_{\mathrm{d1}}=\frac{1}{2}C_{\theta_1}(\dot{\theta}_1-\dot{\theta})^2+\frac{1}{2}C_{\mathrm{f1}}\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}C_{x1}\dot{x}_1^2+\frac{1}{2}C_{y1}\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}C_{z1}\dot{z}_1^2。\tag{15}$$

②输出轴系统的势能耗散

$$E_{\mathrm{d2}}=\frac{1}{2}C_{\theta_2}(\dot{\theta}_3-\dot{\theta}_2)^2+\frac{1}{2}C_{\mathrm{f2}}\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}C_{z23}\dot{z}_{23}^2。\tag{16}$$

③输入轴与输出轴耦合的耗散能

$$E_{\mathrm{d3}}=\frac{1}{2}C_{12}(\dot{\theta}_2-\dot{\tau})^2。\tag{17}$$

式中:$\dot{x}_1,\dot{y}_1,\dot{z}_1$ 分别为凸轮沿 x,y,z 轴方向上的线速度;$\dot{x}_2,\dot{y}_2$ 为分度盘沿 x,y 轴方向上的线速度;$\dot{z}_{23}$为输出轴系统(载荷盘和分度盘)沿 z 轴方向上的线速度;m_{e}为分度盘和载荷盘的合质量,即 $m_{\mathrm{e}}=m_2+m_3$;$\dot{\theta}_1$,$\dot{\theta}_2$ 和 $\dot{\theta}_3$ 为凸轮、分度盘和载荷盘的实际转角速度。

2.2 弧面分度凸轮机构动力学方程的推导及线性化

拉格朗日方程式通过简单的形式推导出复杂的系统动力学方程,方程组数与系统自由度数相同。第二类拉格朗日通用方程式为:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_{\mathrm{k}}}{\partial \dot{q}_{\mathrm{i}}}\right)-\frac{\partial E_{\mathrm{k}}}{\partial q_{\mathrm{i}}}+\frac{\partial E_{\mathrm{p}}}{\partial q_{\mathrm{i}}}+\frac{\partial E_{\mathrm{d}}}{\partial \dot{q}_{\mathrm{i}}}=F_{\mathrm{i}}。\tag{18}$$

式中:$E_{\mathrm{k}},E_{\mathrm{p}},E_{\mathrm{d}}$ 分别为系统的动能函数、势能函数和耗散函数;$q_{\mathrm{i}},\dot{q}_{\mathrm{i}}$ 分别为系统的广义坐标和广义速度;F_{i} 为广义坐标对应的广义力。

对于分度盘理论转角 τ,弧面分度凸轮机构的运动规律为 $\tau(\theta_1)$,则有:

$$\dot{\tau}=\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\theta}=\dot{\tau}(\theta_1)\dot{\theta}_1;\tag{19}$$

$$\dot{\tau}(\theta_1)=\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\theta_1}。\tag{20}$$

根据拉格朗日方程推导出的系统动力学微分方程,由于模型中考虑轴的扭转弹性变形而出现非线性项。为了便于求解计算,可将其做线性化处理[11]。

$$\tau(\theta_1) \approx \tau(\theta) + \dot{\tau}(\theta_1 - \theta)。 \tag{21}$$

并将广义坐标 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 作变量代换：

$$q_1 = \theta_1 - \theta; \tag{22}$$

$$q_2 = \theta_2 - \tau(\theta); \tag{23}$$

$$q_3 = \theta_3 - \tau(\theta)。 \tag{24}$$

式中：q_1 为输入轴在凸轮处的弹性扭转角；q_2, q_3 为输出轴在分度盘、载荷盘处的弹性扭转角；将变量 q_1, q_2, q_3 分别代入可以得到弧面分度凸轮机构动力学线性微分方程组。

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{J}_1\ddot{q}_1 + C_{\theta_1}\dot{q}_1 - \boldsymbol{K}_{12}q_2\dot{\tau} + \boldsymbol{K}_{\theta_1}q_1 = \boldsymbol{J}_1\ddot{\theta} - C_{f1}\dot{\theta};\\
&\boldsymbol{J}_2\ddot{q}_2 - C_{\theta_2}\dot{q}_3 + (C_{\theta_2} + C_{12} + C_{f2})\dot{q}_2 +\\
&\qquad (\boldsymbol{K}_{\theta_2} + \boldsymbol{K}_{12})q_2 - \boldsymbol{K}_{\theta_2}q_3 = -\boldsymbol{J}_2\ddot{\tau} - C_{f2}\dot{\tau};\\
&\boldsymbol{J}_3\ddot{q}_3 + C_{\theta_3}(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) + \boldsymbol{K}_{\theta_2}(q_3 - q_2) = -\boldsymbol{J}_3\ddot{\tau};\\
&m_1\ddot{x}_1 + \boldsymbol{K}_{x_1}x_1 + C_{x_1}\dot{x}_1 = 0;\\
&m_1\ddot{y}_1 + \boldsymbol{K}_{y_1}y_1 + C_{y_1}\dot{y}_1 = 0;\\
&m_1\ddot{z}_1 + \boldsymbol{K}_{y_1}z_1 + C_{y_1}\dot{z}_1 = 0;\\
&m_2\ddot{x}_2 + \boldsymbol{K}_{22}x_2 + \boldsymbol{K}_{23}x_3 = 0;\\
&m_2\ddot{y}_2 + \boldsymbol{K}_{22}y_2 + \boldsymbol{K}_{32}y_3 = 0;\\
&m_3\ddot{x}_3 + \boldsymbol{K}_{33}x_3 + \boldsymbol{K}_{32}x_2 = 0;\\
&m_3\ddot{y}_3 + \boldsymbol{K}_{33}y_3 + \boldsymbol{K}_{32}y_2 = 0;\\
&(m_2 + m_3)\ddot{z}_{23} + C_{z_{23}}\dot{z}_{23} + \boldsymbol{K}_{z_{23}}z_{23} = 0。
\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

式中：$\dot{\tau}$ 为分度盘转角速度；$\ddot{\tau}$ 为分度盘转角加速度；$\dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 分别为输入轴理论角速度和角加速度。

3 转速划分及动力学响应

弧面分度凸轮机构动力学响应在计算过程中需要的参数如下：

1）转动惯量

$$\boldsymbol{J}_1 = 6.999\ 600\ 0 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg \cdot m^2};$$

$$\boldsymbol{J}_2 = 3.471\ 193\ 0 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^2};$$

$$\boldsymbol{J}_3 = 5.985\ 588\ 1 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg \cdot m^2}。$$

2）等效质量

$$m_1 = 18.933\ 488\ 48\ \mathrm{kg};$$

$$m_2 = 6.126\ 708\ 82\ \mathrm{kg};$$

$$m_3 = 6.569\ 037\ 00\ \mathrm{kg}。$$

3）等效扭转刚度

$$\boldsymbol{K}_{\theta_1} = 1.948\ 7 \times 10^5\ \mathrm{N \cdot m \cdot rad^{-1}};$$

$$\boldsymbol{K}_{\theta_2} = 3.502\ 1 \times 10^5\ \mathrm{N \cdot m \cdot rad^{-1}}。$$

4）轴向弯曲刚度

$$\boldsymbol{K}_{y_1} = 3.882\ 1 \times 10^8\ \mathrm{N \cdot m};$$

$$\boldsymbol{K}_{z_{23}} = 3.975\ 2 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m}。$$

5）横向弯曲刚度

$$\boldsymbol{K}_{x_1} = \boldsymbol{K}_{z_1} = 3.185\ 3 \times 10^8\ \mathrm{N \cdot m};$$

$$\boldsymbol{K}_{22} = 2.931\ 2 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m};$$

$$\boldsymbol{K}_{33} = 6.388\ 8 \times 10^7\ \mathrm{N \cdot m};$$

$$\boldsymbol{K}_{23} = \boldsymbol{K}_{32} = 8.467\ 9 \times 10^8\ \mathrm{N \cdot m}。$$

6）凸轮与滚子等效刚度

$$\boldsymbol{K}_{12} = 1.232\ 9 \times 10^6\ \mathrm{N \cdot m}。$$

威尔逊-θ 法是求解动力学问题的一种常用方法。当 $\theta \geqslant 1.37$ 时，威尔逊-θ 法是无条件稳定的，课题组将 θ 设定为 1.40，应用 MATLAB 语言编程，对式(25)所建立的弧面分度凸轮 11 自由度动力学微分方程进行数值求解。

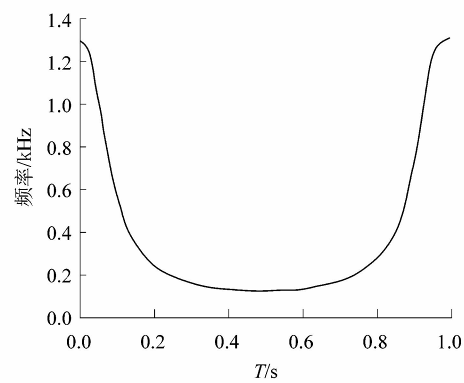
3.1 固有频率及转速划分

弧面分度凸轮机构的固有频率直接关系到机构振动的特征。在不考虑阻尼的情况下，设各阶固有频率为 ω_i，则机构的频率方程为：

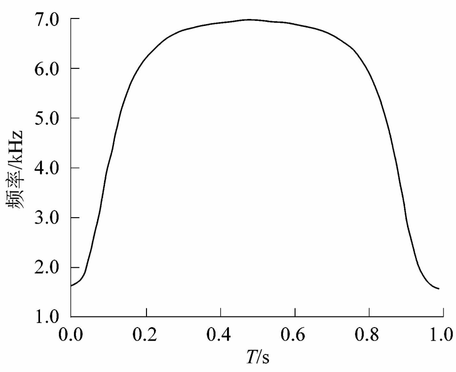
$$|\boldsymbol{K} - \omega_i^2\boldsymbol{M}| = 0。 \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{K}$ 为机构的刚度矩阵；ω_i 为机构的固有频率；$\boldsymbol{M}$ 为机构的质量矩阵。

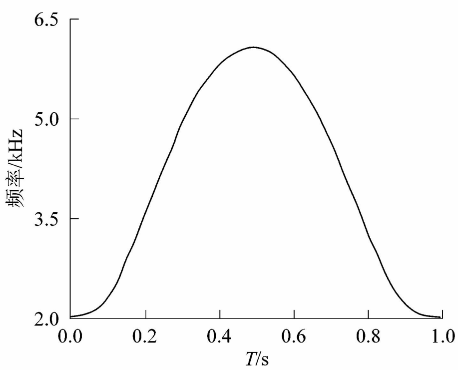
在弧面分度凸轮机构的运行过程中，机构的刚度矩阵随着弧面凸轮转角位置变化而不断变化。根据已得到的质量矩阵和刚度矩阵，利用 MATLAB 软件计算得到弧面分度凸轮机构的各阶固有频率。弧面分度凸轮机构前 3 阶固有频率变化曲线如图 5 所示。



（a）1阶固有频率ω_1



（b）2阶固有频率ω_2



（c）3阶固有频率ω_3

图5　弧面分度凸轮机构前3阶固有频率变化曲线

Figure 5　First three natural frequency change curves of arc surface indexing cam mechanism

从图5可以看出，弧面分度凸轮前3阶扭转振型的固有频率与机构处在不同的工作位置有关。而后8阶为横向振动和轴向振动对应的振型。一般来说，高阶频率对系统动力学响应的影响很小，故在求解系统的振动响应时，高阶频率对振动响应的影响可以忽略不计。

从图5可以看出，弧面分度凸轮机构前3阶扭转振型的频率受凸轮转角变化的影响比较大。图5(a)所示为系统的1阶固有频率，其随着随凸轮转角的变化而变化，其频率最低为163.91 Hz。

由机械动力学理论知识可知，弧面分度凸轮机构的最小频率（一阶固有频率）对应的转速，为弧面分度凸轮机构的1阶临界转速n_1。

$$n_1 = 60 \times 163.91 = 9\ 834.60\ \mathrm{r/min}。$$

当弧面分度凸轮机构转速与此转速相等或者接近时，便会产生剧烈的振动。所以，在运行时要避开这一转速。同时，可以计算出弧面分度凸轮机构低速和中速的临界值n_2、中速和高速的临界值n_3以及低速、中速和高速分别对应的范围[12]：

当$\lambda = 15$时，

$$n_2 = n_1/\lambda = 9\ 834.60/15 = 655.64\ \mathrm{r/min};$$

当$\lambda = 6$时，

$$n_3 = n_1/\lambda = 9\ 834.60/6 = 1\ 639.10\ \mathrm{r/min}。$$

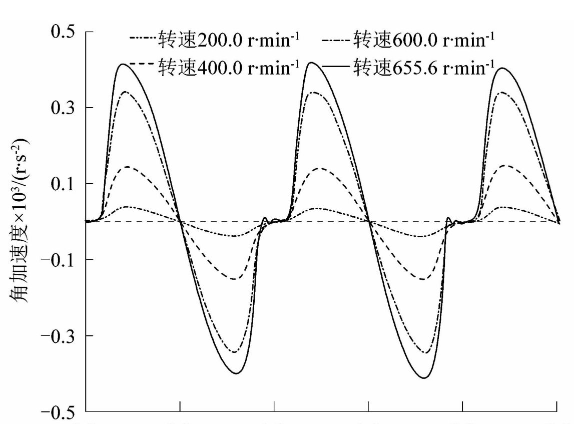
λ为划分转速区间的系数。根据计算得出，当弧面分度凸轮机构转速在0～655.64 r/min范围内，为低速状态；当机构弧面分度凸轮机构转速在655.64～1 639.10 r/min范围内，为中速状态；当弧面分度凸轮机构转速大于1 639.10 r/min，为高速状态。

3.2　动力学响应

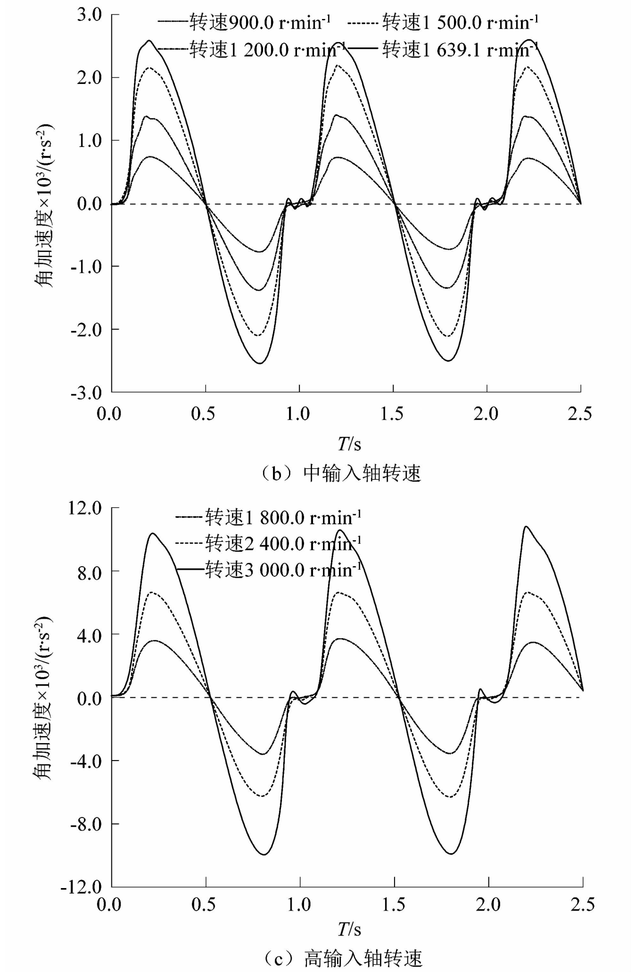
弧面分度凸轮机构载荷盘角加速度是反映机构动力学性能的一个重要指标。因此，在分析参数变化对机构动力学响应的影响时，采用载荷盘角加速度随机构参数的变化响应情况来描述机构动力学性能的变化情况。

由上文对转速的划分，分别对低、中、高速状态下载荷盘角加速度的响应进行分析。设定分度角为45°，动程角为300°，输出轴直径为60 mm，研究输入轴转速分别为低速、中速和高速状态下载荷盘角加速度的响应。

从图6和图7中可以看出，载荷盘的角加速度响应随着输入轴转速的增加呈逐渐上升的趋势。而且，在不同的速度阶段，其增长的速度也有所不同。



（a）低输入轴转速



（b）中输入轴转速

（c）高输入轴转速

图 6 不同输入轴转速下的载荷盘角加速度响应

Figure 6 Angular acceleration response of load plate at different input shaft speeds

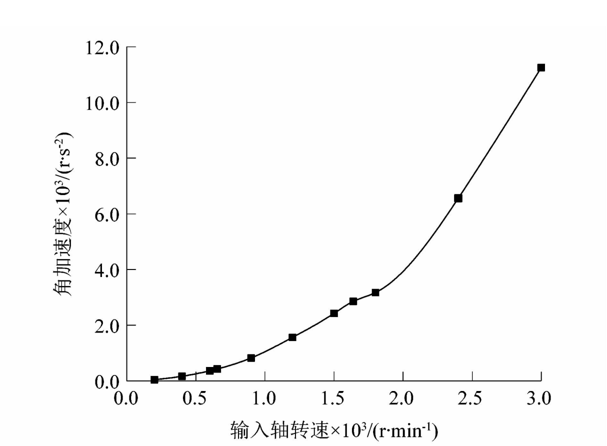


图 7 输入轴转速与载荷盘角加速度最大值间的变化趋势

Figure 7 Change trend between input shaft speed and maximum angular acceleration of load plate

在低速阶段，载荷盘角加速度的增加趋势比较平缓，从 38.9 r/s^2 到 427.5 r/s^2；在中速阶段，角加速度从 427.5 r/s^2 增加到 2 852.4 r/s^2，其趋势有明显的增加；而在高速工况下，从 2 852.4 r/s^2 增加到 11 255.4 r/s^2，其增加的趋势已经非常显著了。

4 结语

为对弧面分度凸轮机构进行动力学响应分析，课题组采用集中质量法，建立了 11 自由度的弧面分度凸轮机构的动力学模型，推导机构的动力学微分方程组，并以此求解机构的固有频率，根据固有频率划分转速区间。课题组研究了输入轴转速分别为低速、中速和高速状态下载荷盘角加速度的动力学响应，结果显示：随着输入轴转速的不断提高，载荷盘的角加速度响应的增长趋势趋于显著。本研究为弧面分度凸轮机构后续动力学研究提供了参考。后续深入研究应考虑凸轮本身的弹性变形、分度盘和载荷盘在惯性载荷下的弹性变形对输出端动力学性能的影响。

参考文献：

[1] 张三，张国庆. 弧面分度凸轮机构的动态接触分析[J]. 机械设计，2014，31(2)：35－39.

[2] 刘言松，贺炜. 弧面分度凸轮机构动力学仿真[J]. 现代制造工程，2006(1)：118－119.

[3] 冯立艳，周新磊，刘迎娟. 弧面分度凸轮机构的 3D 参数化建模及模态分析[J]. 现代制造工程，2017(8)：53－56.

[4] 赵世田，付莹莹，杨相国，等. 圆锥滚子弧面分度凸轮机构建模与 Adams 运动学仿真研究[J]. 机械传动，2019，43(12)：61－65.

[5] CHEW M，CHUANG C H. Minimizing residual vibrations in high-speed cam-follower systems over a range of speeds[J]. Journal of Mechanical Design，1995，117(1)：166－172.

[6] ÜNLÜSOY Y S，TÜMER S T. Non-linear dynamic model and its solution for a high speed cam mechanism with coulomb friction[J]. Journal of Sound and Vibration，1994，169(3)：395－407.

[7] CHANG Z Y，ZHANG C，YANG Y H，et al. Study on dynamics of roller gear cam system considering clearances[J]. Mechiasm and Machine Theory，2001，36(1)：143－152.

[8] 王其超，陶学恒，肖正扬. 新型球面包络蜗杆分度凸轮机构的研究[J]. 西北工业大学学报，1998(3)：20－25.

[9] 于满云，张敏，张义选，等. 精密间歇机构[M]. 北京：机械工业出版社，1999：46－48.

[10] 李蕾. 滚珠型弧面分度凸轮机构的动力学分析及其性能研究[D]. 济南：山东大学，2011：51－63.

[11] 周世才，沈煜，沈兆光. 弧面分度凸轮机构的固有频率分析[J]. 机械设计，2011，28(2)：49－53.

[12] 刘明涛，张福元，李彦启，等. 双啮合针齿凸轮分度机构模态分析与试验研究[J]. 机械传动，2019，43(4)：129－132.