

[制造·使用·改进]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2023.04.011

# 并联式太阳跟踪机构设计与尺寸优化

赵世豪, 杜小强\*

(浙江理工大学机械工程学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:**为实现聚光光伏系统的高效跟踪作业,课题组提出了一种可用于太阳跟踪,且具有刚度高、解耦性好及结构简单特点的2-DOF U-RRU-RUS并联机构。首先,运用螺旋理论对并联机构的自由度进行了验证;其次,根据并联机构的几何约束条件构建了运动学逆解模型,并通过速度雅可比矩阵进行分析可知该机构为解耦机构;然后,基于太阳方向角与机构欧拉角的映射关系,采用数值离散搜索法得到了并联机构的工作空间,并提出了一种工作空间评价指标;最后,基于聚光光伏系统对并联跟踪机构的性能要求,以机构的灵巧度和工作空间指标为尺寸优化的目标,采用遗传算法对主动杆、从动杆和动平台的尺寸进行多目标优化。结果表明优化后并联机构的灵巧度和工作空间都有所提升。虽然优化后并联机构的工作空间在高度角为 $0^{\circ} \sim 30^{\circ}$ 的区域并未完全覆盖太阳轨迹区域,但未覆盖的面积集中在一天中辐照度较低的区域。

**关键词:**聚光光伏;太阳跟踪机构;工作空间;数值离散搜索法;灵巧度

中图分类号:TH112 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2023)04-0082-09

## Design and Size Optimization of Parallel Sun Tracking Mechanism

ZHAO Shihao, DU Xiaoqiang\*

(School of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In order to realize efficient tracking operation of concentrating photovoltaic system, a 2-DOF U-RRU-RUS parallel mechanism with high stiffness, good decoupling and simple structure was proposed for sun tracking. Firstly, the degree of freedom of the parallel mechanism was verified by using the screw theory. Secondly, according to the geometric constraints of the parallel mechanism, the inverse kinematics model was constructed. The mechanism was found to be decoupled through the analysis of the velocity Jacobian matrix. Then, based on the mapping relationship between the sun direction angle and the Euler angle of the mechanism, the workspace of the parallel mechanism was obtained by using the numerical discrete search method, and a workspace evaluation index was proposed. Finally, based on the performance requirements of the concentrating photovoltaic system for the parallel tracking mechanism, with the dexterity and workspace index of the mechanism as the objective of size optimization, genetic algorithm was used to optimize the size of the driving rods, the driven rods and the moving platform. The results show that the dexterity and workspace of the optimized parallel mechanism are improved. Although the workspace of the optimized parallel mechanism does not completely cover the solar track area in the area with an altitude angle of  $0^{\circ} \sim 30^{\circ}$ , the uncovered area is concentrated in the area with low irradiance in a day.

**Keywords:** concentrating photovoltaic; sun tracking mechanism; workspace; numerical discrete search method; dexterity

收稿日期:2022-07-28;修回日期:2023-02-25

基金项目:国家自然科学基金项目(31971798);浙江省151人才培养计划项目和浙江省高校中青年学科带头人培养项目;衢州市科技计划项目(2021K49);衢江区科技计划项目(QJ2021008)。

第一作者简介:赵世豪(1998),男,河南周口人,硕士研究生,主要研究方向为并联机构。通信作者:杜小强(1978),男,福建福清人,博士,教授,博士/硕士研究生导师,主要从事机构设计及理论研究。E-mail:xqiangdu@zstu.edu.cn

为提高光伏 (photovoltaic, PV) 电池的发电效率,通常采用太阳能跟踪机构对太阳进行跟踪<sup>[1]</sup>。常见的跟踪机构按驱动方式可以分为单轴式和双轴式(其本质是串联机构)。相较于双轴式机构,并联式机构具有刚度大、承载能力强、结构稳定性好和精度高等优点<sup>[2-3]</sup>,可用于跟踪精度要求较高的聚光光伏 (concentrating photovoltaic, CPV) 系统,但也有工作空间较小的缺点。近些年来,国内外为并联机构应用于太阳能跟踪做了很多研究,但大多数机构都存在结构复杂、动力源较多、运动不解耦和伴随有额外运动的问题。Mauro 等<sup>[4]</sup>提出了一种 2 DOF 的并联机构,并将其应用于 CPV 跟踪,该机构的跟踪误差可以限制在 0.4° 以内。Wu 等<sup>[5]</sup>提出了一种冗余的 U-3PSS 并联式太阳能跟踪机构,该机构具有工作空间大、能耗低的特点。Shyam 等<sup>[6]</sup>提出了一种 3-RPS 并联太阳能跟踪机构,被用来进行塔式发电。

CPV 技术是通过透镜或反射镜等光学元件将太阳光聚集到一个极小的 PV 电池上使光能转化为电能<sup>[7]</sup>。相较于传统的 PV 电池发电,CPV 技术具有更高的单位面积输出功率和更低的发电成本<sup>[8]</sup>。但由于其结构特点,该发电方式对机构的跟踪精度要求较高<sup>[9-10]</sup>。因此,为提高 CPV 系统的发电效率,首先要对用于 CPV 发电的并联机构的综合性能进行优化。

尺寸优化是进行并联机构结构设计的重要环节,涉及到运动学分析、工作空间分析和动力学分析等<sup>[11-12]</sup>,但具体优化指标的选择要依据该机构的实际工作要求。课题组针对现有并联式太阳跟踪机构存在的问题,提出了一种 2 旋转并联机构,该并联机构具有刚度高、解耦性好、结构简单和工作空间大的特点;并针对 CPV 系统对并联机构跟踪精度、工作空间的性能要求,采用灵巧度和工作空间指标作为优化目标,进行尺寸优化研究。

## 1 太阳轨迹区域分析

### 1.1 太阳的高度角与方位角

为确定优化结构是否满足对太阳的跟踪区域要求,在进行优化分析前要对太阳的轨迹进行分析。太阳在天空中的具体位置可以通过计算太阳的高度角和方位角求得,太阳的高度角和方位角的计算公式如下:

$$\sin \alpha_s = \cos \Phi \cos \omega + \sin \Phi \sin \delta_o \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta_s &= \frac{\cos \delta \sin t}{\sin \alpha_s}; \\ \cos \beta_s &= \frac{\sin \alpha_s \sin \Phi - \sin \delta}{\sin \alpha_s \cos \Phi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\omega$  为太阳时角, $\alpha_s$  为高度角, $\beta_s$  为方位角, $\delta$  为赤纬角度, $\Phi$  为地区纬度, $t$  为真太阳时。

杜春旭等<sup>[13]</sup>对各种赤纬角的求解方法进行了对比分析,得出 Bourges 提出的算法精度最高,Bourges 的赤纬角算法如下:

$$\delta = 0.3733 + 23.2567 \sin \varphi + 0.1149 \sin (2\varphi) - 0.172 \sin (3\varphi) - 0.758 \cos \varphi + 0.3656 \cos (2\varphi) + 0.0201 \cos (3\varphi); \quad (3)$$

其中,

$$\varphi = \frac{2\pi}{365.2422} (N - 1 - N_0)。$$

式中: $N$  为日子数, $N_0$  为由世界时零时开始算起。

### 1.2 计算与结果修正

基于真太阳时与太阳时角的关系可求得太阳时角的变化范围。以杭州地区为例,其经度为 120.19°,纬度为 30.26°,结合式(1)、(2)和(3)即可得全年中杭州地区太阳的轨迹区域。

由式(2)的第 2 个公式中太阳方位角与真太阳时的关系可知,在时间段 0:00 - 12:00 和 12:00 - 24:00 内太阳方位角分别存在一个拐点,该拐点可通过对该公式进行时间求导得到。存在拐点说明方位角存在突变,与真实的太阳运动不符,因此结合式(2)的第 1 个公式对其进行修正,太阳方位角的表达式为:

$$F = \begin{cases} -\pi - f(t), & t < 12, \frac{d(f)}{dt} \geq 0; \\ f(t), & \frac{d(f)}{dt} < 0; \\ \pi - f(t), & t \geq 12, \frac{d(f)}{dt} \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中,

$$f(t) = \beta_s = \arcsin \left( \frac{\cos \delta \sin t}{\sin \alpha_s} \right)。 \quad (5)$$

根据太阳高度角、方位角与真太阳时的关系,可求得太阳高度角与方位角的关系。由太阳的运动规律可知:只有当高度角的范围为 0° ~ 90°,太阳方位角的范

围为  $-90^\circ \sim 90^\circ$  时,对太阳的跟踪才是有效的<sup>[14]</sup>。此跟踪范围对应一天中的白天时间段,此时太阳的运动轨迹区域如图 1 所示。

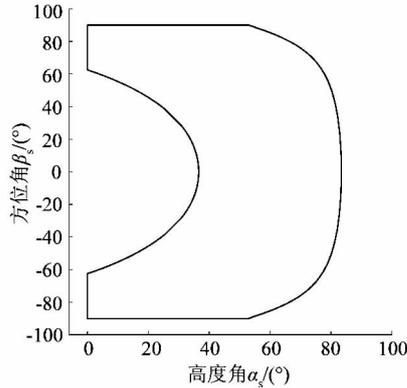


图 1 杭州地区太阳轨迹区域

Figure 1 Solar track area in Hangzhou

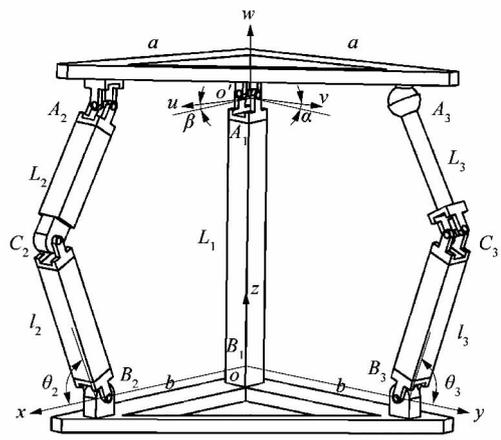
## 2 U-RRU-RUS 并联机构简介与自由度分析

U-RRU-RUS 并联机构的结构简图和运动螺旋分布如图 2 所示。该机构由定平台 ( $B_1B_2B_3$ )、动平台 ( $A_1A_2A_3$ ) 和 3 条支链组成;3 条支链分别为 U 支链 ( $A_1B_1$ )、RRU 支链 ( $B_2C_2A_2$ ) 和 RUS 支链 ( $B_3C_3A_3$ );动平台和定平台都为直角三角形,3 条支链通过运动副分别与动平台、定平台的 3 个角相连,固定支链一端固定于定平台的直角点  $B_1$ ,另一端通过万向副与动平台相连。

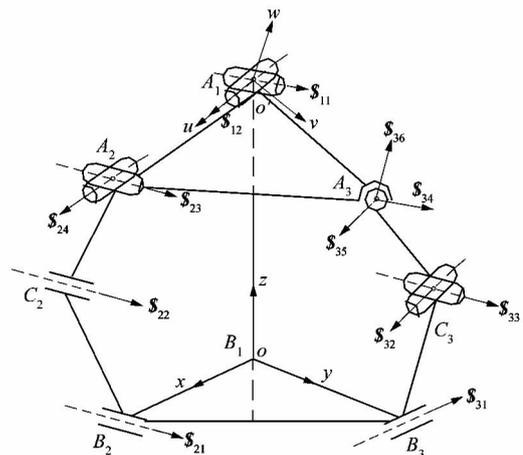
在固定支链中,万向副(U)的静旋转轴线与定平台的直角边  $B_1B_3$  平行,动旋转轴线与定平台的直角边  $B_1B_2$  位于同一平面;在 RRU 支链中,万向副(U)的静旋转轴线与静平台的直角边  $B_1B_3$  平行,且 2 个转动副(R)的旋转轴线与万向副(U)的静旋转轴线相互平行;在 RUS 支链中,万向副(U)的静旋转轴线(固定在连杆  $B_3C_3$  上)与定平台的直角边  $B_1B_2$  平行,且转动副(R)的旋转轴线与万向副(U)的静旋转轴线相互平行。

在定平台直角点  $B_1$  和动平台直角点  $A_1$  分别建立系统坐标系  $o-xyz$  和动坐标系  $o'-uvw$ 。在系统坐标系  $o-xyz$  下,固定支链 U 的运动螺旋系可表示为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{11} &= (0 \ 1 \ 0; -z_{A_1} \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{12} &= (l_{12} \ 0 \ n_{12}; 0 \ z_{A_1}l_{12} \ 0) \circ \end{aligned} \right\} \quad (6)$$



(a) U-RRU-RUS 并联机构结构及参数示意图



(b) U-RRU-RUS 并联机构运动螺旋图

图 2 U-RRU-RUS 并联机构

Figure 2 U-RRU-RUS parallel mechanism

式中:  $z_{A_1}$  为运动副中点  $A_1$  在系统坐标系下  $z$  轴方向的坐标值,  $l_{ij}$  为第  $i$  条支链第  $j$  个运动副的轴线在坐标轴  $x$  上的方向余弦,  $n_{ij}$  为第  $i$  条支链第  $j$  个运动副的轴线在坐标轴  $z$  上的方向余弦。

对式(6)求互易积,可得反螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ -z_{A_1} \ 0); \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 1 \ 0; -z_{A_1} \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{14}^r &= (0 \ 0 \ 0; -n_{12} \ 0 \ l_{12}) \circ \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中:  $\mathcal{S}_{11}^r$  为过  $A_1$  点并沿  $x$  轴方向的约束力,  $\mathcal{S}_{12}^r$  为过  $A_1$  点并沿  $y$  轴方向的约束力,  $\mathcal{S}_{13}^r$  为过系统坐标系原点  $o$  并沿  $z$  轴方向的约束力,  $\mathcal{S}_{14}^r$  为垂直于  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $y$  轴的约束力偶。

因此,固定支链绕  $z$  方向的转动和沿  $x, y$  和  $z$  方向的移动被限制。RRU 支链的运动螺旋系可以表示为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{21} &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{B_2} \quad 0 \quad x_{B_2}); \\ \mathcal{S}_{22} &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{C_2} \quad 0 \quad x_{C_2}); \\ \mathcal{S}_{23} &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{A_2} \quad 0 \quad x_{A_2}); \\ \mathcal{S}_{24} &= (l_{24} \quad 0 \quad n_{24}; 0 \quad l_{24}z_{A_2} - n_{24}x_{A_2} \quad 0) \circ \end{aligned} \right\} (8)$$

同样的,可得其反螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \quad 0 \quad 0; n_{24} \quad 0 \quad -l_{24}); \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (0 \quad -l_{24} \quad 0; l_{24}z_{A_2} - n_{24}x_{A_2} \quad 0 \quad 0) \circ \end{aligned} \right\} (9)$$

式中:  $\mathcal{S}_{21}^r$  为垂直于  $\mathcal{S}_{23}$  和  $y$  轴的约束力偶;  $\mathcal{S}_{22}^r$  为过  $C_2$  点并与  $y$  轴平行的约束力。

因此,RRU 支链绕  $z$  轴的转动和沿  $y$  的移动被限制。RUS 支链的运动螺旋系可以表示为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{31} &= (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad z_{B_3} \quad -y_{B_3}); \\ \mathcal{S}_{32} &= (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad z_{C_3} \quad -y_{C_3}); \\ \mathcal{S}_{33} &= (0 \quad m_{33} \quad n_{33}; n_{33}y_{C_3} - m_{33}z_{C_3} \quad 0 \quad 0); \\ \mathcal{S}_{34} &= (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad z_{A_3} \quad -y_{A_3}); \\ \mathcal{S}_{35} &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{A_3} \quad 0 \quad x_{A_3}); \\ \mathcal{S}_{36} &= (0 \quad 0 \quad 1; y_{A_3} \quad -x_{A_3} \quad 0) \circ \end{aligned} \right\} (10)$$

式中,  $m_{ij}$  为第  $i$  条支链第  $j$  个运动副的轴线在坐标轴  $y$  上的方向余弦。

通过对式(10)求互易积发现,RUS 支链的运动螺旋系组成的矩阵为满秩矩阵  $\mathbf{R}(\mathcal{S}) = 6$ , 所以,RUS 支链在空间中具有 6 个独立自由度。结合式(7)和(9)可建立 U-RRU-RUS 并联机构的约束螺旋系:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad z_{A_1} \quad 0); \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{A_1} \quad 0 \quad 0); \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \quad 0 \quad 1; 0 \quad 0 \quad 0); \\ \mathcal{S}_{14}^r &= (0 \quad 0 \quad 0; -n_{12} \quad 0 \quad l_{12}); \\ \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \quad 0 \quad 0; n_{24} \quad 0 \quad -l_{24}); \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (0 \quad -l_{24} \quad 0; l_{24}z_{A_2} - n_{24}x_{A_2} \quad 0 \quad 0) \circ \end{aligned} \right\} (11)$$

由固定支链与 RRU 支链的几何关系和相对运动可以看出:在系统坐标系  $o-xyz$  下,多边形  $A_1A_2C_2B_2B_1$

始终在  $xoz$  平面内,因此,动平台的关节  $A_2$  也始终在  $xoz$  平面内运动,多边形  $A_1A_2C_2B_2B_1$  各关节的位置关系如图 3 所示。

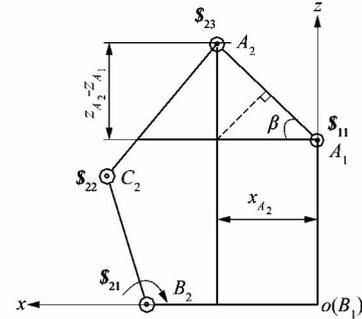


图 3 固定支链和 RRU 支链的几何位置关系  
Figure 3 Geometric position relationship between fixed branch chain and RRU branch chain

基于固定支链和 RRU 支链的几何关系可得:

$$(z_{A_2} - z_{A_1}) \cos \beta = x_{A_2} \sin \beta. \quad (12)$$

式中,  $\beta$  为动坐标系  $u$  轴与系统坐标系  $x$  轴的夹角。

同时,系统在运动过程中,螺旋  $\mathcal{S}_{12}$  和螺旋  $\mathcal{S}_{24}$  始终共轴线,即有 2 螺旋线沿  $x$  轴和  $z$  轴的余弦分量为:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= n_{12} = n_{24}; \\ \cos \beta &= l_{12} = l_{24} \circ \end{aligned} \right\} (13)$$

根据固定支链和 RRU 支链的几何位置关系,并考虑运动副的相对位姿,结合式(12)和式(13),对式(11)进行分析,可以看到约束螺旋  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $\mathcal{S}_{22}^r$  线性相关,约束螺旋  $\mathcal{S}_{14}^r$  和  $\mathcal{S}_{21}^r$  线性相关。求式(11)的反螺旋,可得 U-RRU-RUS 并联机构的运动螺旋系为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_1^m &= (0 \quad 1 \quad 0; -z_{A_1} \quad 0 \quad 0); \\ \mathcal{S}_2^m &= (l_{12} \quad 0 \quad n_{12}; 0 \quad l_{12}z_{A_1} \quad 0) \circ \end{aligned} \right\} (14)$$

从式(14)中可知:运动螺旋  $\mathcal{S}_1^m$  为 1 个绕平行于  $y$  轴并过  $A_1$  点的旋转运动,即并联机构具有 1 个绕系统坐标系  $y$  轴转动自由度;运动螺旋  $\mathcal{S}_2^m$  为 1 个绕平行于  $u$  轴并过  $A_1$  点的旋转运动,即并联机构具有 1 个绕动坐标系  $u$  轴的转动自由度。

由 U-RRU-RUS 并联机构的约束螺旋系可知 2 个约束力偶具有相同的方向,因此为并联机构添加了 1 个公共约束,即  $\lambda = 1$ ,可得并联机构的阶数为  $d = 6 - \lambda = 5$ 。2 个约束力偶相当于 1 个约束力偶,并限制了并联机构在  $z$  方向上的转动。基于自由度修正 G-K

公式:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v。 \quad (15)$$

式中: $d$ 为并联机构的阶数, $v$ 为并联机构的冗余约束个数, $n$ 表示包含机架的并联机构构件数, $g$ 为并联机构的运动副数目, $f_i$ 为第*i*个运动副的自由度数目。

对于非对称并联机构,冗余约束可由以下公式计算求得:

$$v = \sum_{i=1}^p q_i - \lambda p - k。 \quad (16)$$

式中: $q_i$ 为第*i*个支链的独立反螺旋数, $p$ 为支链个数, $k$ 为除公共约束外剩余的独立约束数。

基于上述螺旋分析,并结合式(15)和(16),可得U-RRU-RUS并联机构的自由度为:

$$M = 5(6 - 7 - 1) + 12 + 0 = 2。 \quad (17)$$

### 3 运动学分析

#### 3.1 逆运动学分析

此并联机构的逆运动学问题本质上是在已知动平台旋转角度 $\alpha$ 和 $\beta$ 时,通过位姿逆解公式求得驱动杆转角 $\theta_2$ 和 $\theta_3$ 的位移参数。

通过对U-RRU-RUS并联机构的分析可知该机构在空间中拥有2个旋转自由度,即绕*x*轴和*y*轴的旋转。因此,动平台相对于静平台的欧拉角只有2个,即绕*x*轴旋转的欧拉角为 $\alpha$ 及绕*y*轴旋转的欧拉角为 $-\beta$ ,于是可得旋转变换矩阵为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(v, -\beta)\mathbf{R}(x, \alpha) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}。 \quad (18)$$

在系统坐标系*o-xyz*下,由并联机构的几何关系可知:

$$\| \mathbf{A}_i \mathbf{C}_i \|^2 = \| \mathbf{oA}_i - \mathbf{oC}_i \|^2 = L_i^2, i = 2, 3。 \quad (19)$$

将旋转矩阵和各关节的位置矢量代入式(7),可得关于主动关节转角的三角超越方程:

$$A_i \sin \theta_i + B_i \cos \theta_i + C_i = 0, i = 2, 3。 \quad (20)$$

可得U-RRU-RUS并联机构的运动学逆解公式:

$$\theta_i = 2 \arctan \frac{A_i \pm \sqrt{A_i^2 + B_i^2 - C_i^2}}{B_i - C_i}, \quad (21)$$

式中: $A_i, B_i$ 和 $C_i$ 为已知的并联机构结构参数。

#### 3.2 速度雅克比矩阵

并联机构的速度雅克比矩阵反映了主动关节转角与输出位姿之间的映射关系,通过对运动学逆解公式(21)进行全微分可得并联机构的速度映射关系:

$$\mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{i}} = \mathbf{G} \dot{\mathbf{f}}。 \quad (22)$$

式中: $\mathbf{J}_1$ 为驱动关节的雅克比矩阵; $\mathbf{G}$ 为反映了当驱动关节锁死时,被动关节的雅克比矩阵; $\dot{\mathbf{i}}$ 为驱动关节位移导数(速度)的矢量; $\dot{\mathbf{f}}$ 为动平台的角度导数(角速度)的矢量。

对式(22)进行变换,可得如下公式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{J}_1 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}。 \quad (23)$$

由于 $G_{11} = 0$ ,机构的速度雅克比矩阵可表示为:

$$\mathbf{J} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{G_{22} J_{11}}{-G_{21} G_{12}} & \frac{J_{12}}{G_{21}} \\ \frac{J_{11}}{-G_{12}} & 0 \end{bmatrix}。 \quad (24)$$

式中: $J_{11}$ 和 $J_{12}$ 为驱动关节的雅克比矩阵的主对角线元素, $G_{ij}$ 为被动关节的雅克比矩阵的元素。

由式(24)可知该机构的速度雅克比矩阵为上三角矩阵,因此,该机构为解耦机构。

#### 3.3 灵巧度指标

为提高并联机构的跟踪精度和运动/力传递特性,在此引入灵巧度评价指标,灵巧度被定义为机构速度雅克比矩阵条件数的倒数<sup>[15]</sup>。矩阵的条件数越小,说明机构的灵巧度越大,机构的跟踪精度和运动/力传递特性越好。计算公式可表达为:

$$D_l = \frac{1}{K(\mathbf{J})}。 \quad (25)$$

其中,

$$K(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\|。$$

式中: $K(\mathbf{J})$ 为矩阵的条件数, $D_l$ 为雅克比矩阵在某一机构位姿下的数值。

$D_l$ 被称为局部灵巧度指标。为反映并联机构在整个工作空间内的运动/力传递性能,定义全局灵巧度指标,计算公式可表达为:

$$D = \frac{\int_V D_l dV}{V}。 \quad (26)$$

式中  $V$  为并联机构的工作空间。

## 4 工作空间分析

### 4.1 并联机构欧拉角与太阳高度角、方位角的关系

为研究并联机构的工作空间对于太阳轨迹区域的覆盖情况,在进行工作空间求解前,要对并联机构欧拉角与太阳的方位角、高度角之间的转化关系进行分析,将机构的欧拉角下的工作空间转化到太阳轨迹区域衡量下的工作空间。

并联机构的方位角  $\beta_p$  可被定义为系统坐标系  $x$  轴负方向矢量  $S_v$  与机构动平台法向量在系统坐标系  $xy$  平面上投影矢量  $P_s$  之间的夹角;机构的高度角  $\alpha_p$  可被定义为系统坐标系  $z$  轴正方向矢量  $B_v$  与动平台法向量  $S_g$  的夹角。可得如下表达式:

$$\left. \begin{aligned} P_s S_v &= \|P_s\| \|S_v\| \cos \beta_p; \\ S_g B_v &= \|S_g\| \|B_v\| \cos \alpha_p. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

把参数代入式(22)得:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \sin \beta &= \sqrt{(\cos \alpha \sin \beta)^2 + \sin^2 \alpha} \cdot \cos \beta_p = \\ &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \cdot \cos \beta_p \\ \cos \alpha \cos \beta &= \sqrt{(\cos \alpha \sin \beta)^2 + \sin^2 \alpha + (\cos \alpha \cos \beta)^2} \cdot \\ &= \cos \alpha_p = \cos \alpha_p \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

如图4所示,由动平台与太阳的几何关系,可知并联机构与太阳的高度角及方位角有如下转化公式:

$$\left. \begin{aligned} \beta_p &= \beta_s; \\ \alpha_s + \alpha_p &= 90^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

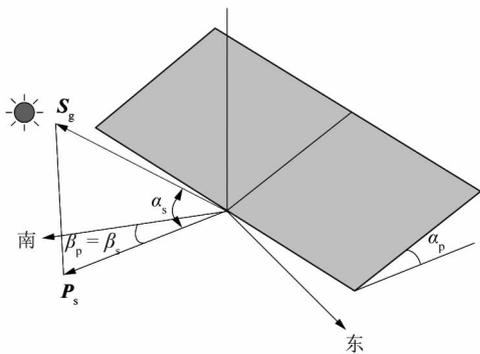


图4 太阳位置角与动平台相应转角之间关系

Figure 4 Relationship between solar position angles and corresponding rotation angles of moving platform

### 4.2 工作空间求解

机构工作空间的本质为机构动平台所有可达位姿点的集合,用以衡量在特定结构参数和约束条件下机构活动空间的大小。课题组采用数值离散搜索法<sup>[16]</sup>进行求解。

求解流程如图5所示,此机构的约束条件有4个,即几何约束、球副转角限制、万向副转角限制和机构奇异性。在首次循环中给定欧拉角  $\alpha, \beta$  的最小值,根据几何约束条件,判断运动学逆解是否非实数解,并判断在此欧拉角下是否满足关节转角约束和奇异条件,若存在1个约束条件不满足,则对驱动杆  $\beta$  进行迭代更新,若全部满足,输出对应的欧拉角  $\alpha$  和  $\beta$  即为工作空间边界位姿,并将其转化为  $\alpha_s$  和  $\beta_s$ 。对欧拉角  $\beta$  进行迭代,直到  $\beta = \beta_{max}$ 。重复上述操作,对欧拉角  $\alpha$  进行迭代,即可得机构的工作空间。

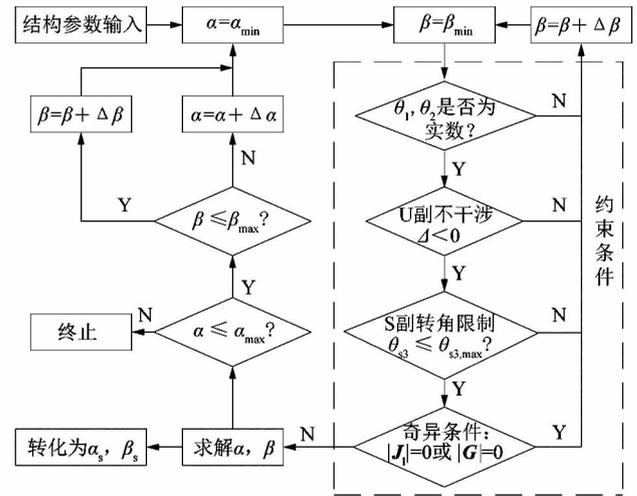


图5 并联机构工作空间求解流程

Figure 5 Solution flow of workspace of parallel mechanism

### 4.3 工作空间指标

由太阳运动轨迹分析可知:为满足机构跟踪太阳的工作要求,应尽可能保证机构的工作空间覆盖理想的太阳轨迹区域,由于机构的工作空间与太阳轨迹区域并不是完全吻合的,因此,应使机构的工作空间最大化。在此定义理想的工作空间为高度角  $0^\circ \sim 90^\circ$ , 方位角  $-90^\circ \sim 90^\circ$ , 由此可得机构的工作空间指标为:

$$W = \frac{S_A}{S_0} \quad (30)$$

式中: $S_A$ 为并联机构的实际工作空间, $S_0$ 为并联机构的理想工作空间。

### 5 多目标优化

#### 5.1 优化方法与优化目标

基于 CPV 系统对并联机构的性能要求,并结合式(26)和式(30),以并联机构的灵巧度和工作空间为优化目标,并联机构的结构参数初始值如表 1 所示。此并联机构的优化目标有 2 个,因此为多目标优化。相较于传统优化算法易陷入局部最优、计算耗时的缺点,基于模拟生物的自然选择的遗传算法在全局寻优方面更具有优势。因此,在此选用遗传算法对并联机构的从动杆和动平台尺寸进行优化,优化方法的主要思路为:

1) 基于 U-RRU-RUS 并联太阳跟踪机构的结构特点和工作要求,确定优化变量为主动杆  $l_2$  和  $l_3$ ,从动杆  $L_2$  和  $L_3$  以及动平台直角边  $a$ ,优化目标为灵巧度  $D$  和

工作空间  $W$ ;

2) 给定合适的约束条件和优化区间,并基于初始数据得到初始结果;

3) 依次改变从动杆长、动平台尺寸中的某一变量,求得在仅改变此变量数值下的搜索结果;

4) 对比上一次的搜索结果选取最优值;

5) 重复步骤 3) 和 4) 的搜索过程,求解最优指标下的尺寸优化结果。

U-RRU-RUS 并联太阳跟踪机构的优化目标、约束条件和优化变量如表 2 所示。

表 1 并联机构的初始结构参数

Table 1 Initial structural parameters of

parallel mechanism					mm	
$l_2$	$l_3$	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$a$	$b$
110	110	300	300	220	100	150

表 2 并联机构结构优化参数及目标

Table 2 Structural optimization parameters and objectives of parallel mechanism

优化目标	优化参数优化区间/(mm,mm)					约束条件
	$l_2$	$l_3$	$L_2$	$L_3$	$a$	
$f_1(x) = \max(D)$ $f_2(x) = \max(W)$	[100,145]	[100,145]	[250,350]	[200,300]	[50,150]	$a < b$

基于上述优化目标和约束条件的设定,设置交叉概率  $P_c = 0.80$ ,种群规模  $N_p = 50$ ,变异概率为  $P_m = 0.02$ ,最大迭代次数为 100。基于 MATLAB 编程软件,采用灵巧度和工作空间指标的表达式作为适应度函数,通过遗传算法对该并联机构的尺寸参数进行多目标优化,优化后的 Pareto 非劣解集如图 6 所示。

尺寸优化求得的非劣解集有 15 组,由于优化目标灵巧度与工作空间是相互对立的,因此最终求得的结构参数应在确保工作空间基本满足太阳跟踪区域的情况下,机构的灵巧度有所提升。基于上述条件,优选后的结构参数如表 3 所示。

表 3 优化后并联机构的结构参数

Table 3 Structural parameters of optimized parallel mechanism

优化后的目标值		优化后的结构参数/mm				
$f_1(x)$	$f_2(x)$	$l_2$	$l_3$	$L_2$	$L_3$	$a$
-0.72	-0.59	136.7	138.6	286.7	260.8	133.4

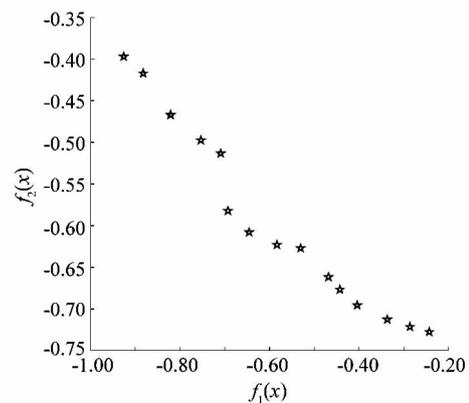


图 6 Pareto 非劣解集

Figure 6 Pareto non-inferior solution set

#### 5.2 优化前后并联机构性能对比

图 7 和 8 分别为并联机构优化前后的灵巧度指标和工作空间的分布情况。由图 7 可以看出通过对局部灵巧度进行积分,优化后并联机构的灵巧度提升了 31.1%。图 8 显示优化后并联机构的高度角变化范围

为  $10^{\circ} \sim 90^{\circ}$ , 方位角变化范围为  $-90^{\circ} \sim 90^{\circ}$ , 工作空间增加了 6.8%; 由图 8 可以看出, 优化后并联机构的工作空间在高度角为  $0^{\circ} \sim 30^{\circ}$  的区域并未完全覆盖太阳轨迹区域, 基于太阳在天空中的运动规律可知, 当太阳的高度角和方位角处于该区域时, 太阳的辐照度很低, 跟踪成本较高<sup>[17]</sup>。

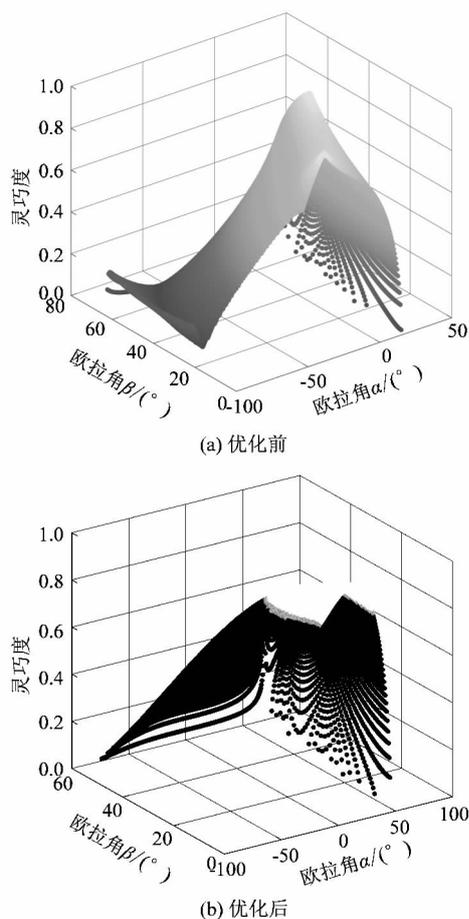


图 7 优化前后并联机构的灵巧度比较  
Figure 7 Comparison of dexterity of parallel mechanism before and after optimization

## 6 结论

针对现有并联式太阳跟踪机构结构复杂、运动不解耦及动力源多等问题, 课题组提出了一种可用于太阳跟踪的并联机构; 该机构由固定 U 支链、RRU 支链、RUS 支链和直角动平台组成。通过螺旋理论验证了该并联机构具有 2 个旋转自由度, 且通过对速度雅克比矩阵分析可知该机构为解耦机构。

基于 CPV 对并联机构的跟踪精度和工作空间要

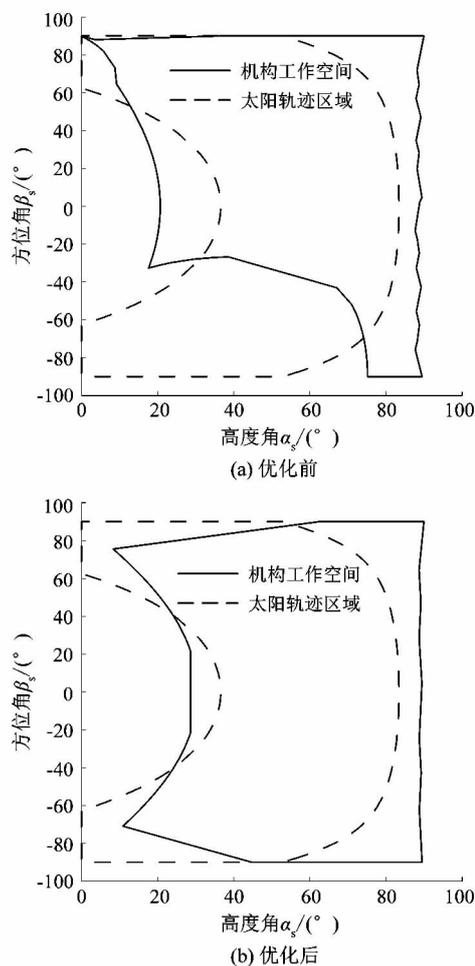


图 8 优化前后并联机构的工作空间比较  
Figure 8 Comparison of workspace of parallel mechanism before and after optimization

求, 通过速度雅克比矩阵建立机构的灵巧度指标。通过对并联机构欧拉角与太阳高度角和方位角进行分析, 采用数值离散搜索法得到机构相对于太阳轨迹区域的工作空间, 并定义了可衡量工作空间大小的评价指标。

采用遗传算法, 以并联机构的灵巧度和工作空间指标为优化目标, 对机构的动平台直角边尺寸  $a$ 、主动杆  $l_2$  及  $l_3$  和从动杆  $L_2$  及  $L_3$  进行优化, 优化后并联机构的灵巧度和工作空间都有所提升。虽然工作空间并未完全覆盖太阳的轨迹区域, 但未覆盖的面积集中在一天中辐照度较低的区域。

通过上述并联机构的尺寸优化分析, 并联机构的灵巧度和工作空间得到了优化, 提高了太阳跟踪机构的机构性能。但基于 CPV 系统对并联机构跟踪精度

的要求,进行误差分析与补偿策略研究是课题组的下一步工作。

#### 参考文献:

- [1] TUDORACHE T, KREINDLER L. Design of a solar tracker system for PV power plants[J]. *Acta Polytechnica Hungarica*, 2010, 7(1): 24.
- [2] EBRAHIMI I, CARRETERO J A, BOUDREAU R, et al. A family of kinematically redundant planar parallel manipulators[J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2008, 130(6): 0623061.
- [3] MICHEL C, LOICQ J, THIBERT T, et al. Optical study of diffraction grating/Fresnel lens combinations applied to a spectral-splitting solar concentrator for space applications[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(22): 6667.
- [4] MAURO S, BATTEZZATO A, BIONDI G, et al. Design and test of a parallel kinematic solar tracker[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2015, 7(12): 1-16.
- [5] WU J, ZHANG B B, WANG L P. Optimum design and performance comparison of a redundantly actuated solar tracker and its nonredundant counterpart[J]. *Solar Energy*, 2016, 127: 36-47.
- [6] SHYAM R B A, ACHARYA M, GHOSAL A. A heliostat based on a three degree-of-freedom parallel manipulator[J]. *Solar Energy*, 2017, 157: 672-686.
- [7] 吕家祺, 张宁, 尹鹏, 等. 太阳能光伏聚光器光学设计类型研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(23): 24.
- [8] 许英朝, 魏秀东, 卢欣霖, 等. 太阳能光伏聚光器的研究进展[J]. *光学与光电技术*, 2020, 18(5): 87.
- [9] FENG C Q, ZHENG H F, WANG R, et al. Performance investigation of a concentrating photovoltaic/thermal system with transmissive Fresnel solar concentrator[J]. *Energy Conversion and Management*, 2016, 111: 404.
- [10] BURHAN M, OH S J, CHUA K J E, et al. Double lens collimator solar feedback sensor and master slave configuration; development of compact and low cost two axis solar tracking system for CPV applications[J]. *Solar Energy*, 2016, 137: 353.
- [11] RUSSO M, HERRERO S, ALTUZARRA O, et al. Kinematic analysis and multi-objective optimization of a 3-UPR parallel mechanism for a robotic leg[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 120: 192-202.
- [12] 王启明, 张汉祖, 蒋江月. 平面平台型 6-PSS 并联机构构型选择与参数优化[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(5): 449-458.
- [13] 杜春旭, 王普, 马重芳, 等. 日子数在太阳位置计算中的应用[J]. *太阳能学报*, 2011, 32(11): 1640-1645.
- [14] CAMMARATA A. Optimized design of a large-workspace 2-DOF parallel robot for solar tracking systems[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 83: 175.
- [15] 谢志江, 程清, 丁军, 等. 双支链六自由度并联机构尺度设计与性能分析[J]. *中国机械工程*, 2022, 33(14): 1680-1690.
- [16] 柳纪琛, 吴孟丽, 王明曦, 等. 一种 2T1R 并联机构的运动学分析及尺度优化[J]. *机械设计*, 2020, 37(12): 77.
- [17] 赵伟, 顾骏强, 杨军, 等. 杭州太阳日总辐射变化特征分析[J]. *资源科学*, 2009, 31(9): 1589.