

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2015.01.010

基于 Matlab 的细长轴车削振动因素研究

鲁 燕¹, 王大中^{1*}, 张统超², 黄 丹¹

(1. 上海工程技术大学 机械工程学院, 上海 201620; 2. 上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要:颤振是影响金属切削加工工件表面质量的主要因素,尤其车削细长轴工件时更容易发生切削颤振。文章基于横向振动理论建立了细长轴车削过程的振动模型,并从力学及数值分析角度求解了切削力引起的工件振动响应;在 Matlab 软件中通过仿真研究了切削用量和工件长径比的变化对工件振动响应的影响。设计了以背吃刀量、进给速度、主轴转速及工件长径比为变量的四因素三水平正交车削实验,分析 4 个因素对工件切削力的影响。实验表明长径比、背吃刀量、进给速度和转速对切削力的影响程度依次降低,实验结论验证了仿真结果的正确性,揭示了细长轴车削过程的动态特性。

关键词:细长轴车削;振动力学模型;振动响应;切削力;切削颤振

中图分类号:TH161.6 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2015)01-0037-06

Vibration Factors Research of Slender Shaft Turning Process Based on Matlab

LU Yan¹, WANG Dazhong^{1*}, ZHANG Tongchao², HUANG Dan¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;

2. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Chatter is one of the main factors that affect the surface quality of metal-cutting workpiece, cutting chatter is more easily to occur when slender shaft is been turning. This article built a dynamic model of slender shaft turning process based on transverse vibration theory, and workpiece's vibration response aroused by cutting force was obtained according to the vibration model. The influence on workpiece's vibration response caused by the change of cutting parameters and workpiece's size was researched by simulation in Matlab software. A three-level orthogonal experiment with cutting depth, feed speed, rotate speed and draw ratio selected as variables was conducted to analyze their effect on cutting force. The experimental results indicate that draw ratio, cutting depth, feed speed and rotate speed's influence degree on cutting force decrease in sequence, and reveal the dynamic characteristic of slender shaft turning process.

Key words: slender shaft turning; vibration mechanical model; vibration response; cutting force; cutting chatter

颤振是金属切削加工过程中影响工件表面质量的主要因素^[1-2],特别在切削细长轴工件时,由于长径比大、刚度降低等原因,振动往往更加剧烈,不利于切削加工。建立合理的工件切削过程模型进而研究影响振动幅值大小的因素一直是国内外相关学者研究的重点问题之一。

目前国内外学者主要通过建模、理论推导及实验研究相结合的方法对颤振进行分析,主要建模方法有

力学建模和数学建模法。Kim 等^[3]建立了车削过程的两自由度力学模型并考虑了时滞对系统的影响,根据工件不同转速状态的分岐图分析了工件的颤振情况;Turkes 等^[4]建立了车削过程的两自由度力学模型,由稳定性叶图得到低切削速度下颤振过程的阻尼率,并通过试验验证了颤振过程阻尼率求解的正确性。以上研究在建模时将工件的切削力用弹簧阻尼模型来代替,通过传递函数画出稳定性叶图,但由于实际切削

收稿日期:2014-07-13;修回日期:2014-08-31

基金项目:教育部归国人员留学基金([2013]693);上海工程技术大学研究生科研创新项目(A-0903-13-01015)

作者简介:鲁燕(1988),女,安徽无为人,硕士研究生,主要研究方向为金属切削颤振及工件的动态特性,已获专利 2 项。E-mail: luyan_ahut@sina.com

力是动态变化的,这种简化模型不能完全反映工件切削力的实际情况。切削加工过程中影响切削力大小的主要因素为背吃刀量、进给速度、主轴转速,同时工件的长径比变化及切削位置的变化均会影响切削力,进而影响工件表面的加工质量。韩贤国等^[5]建立了工件的振动力学模型,分析了被加工轴的质量及直径的连续变化对工件振动的影响,并从理论上分析刀具移动速度、工件质量的变化及沿工件轴线方向力的弯矩对于颤振振幅的影响,但没有分析车削用量的变化对于工件振动的直接影响,同时建立的模型只适合于长径比较小工件的加工情况。

针对以上问题,本文以长径比大于 20 的细长轴^[6]为研究对象,通过建模仿真与车削实验相结合的方法,研究了细长轴车削振动响应和车削力的影响因素。

1 细长轴切削过程建模

1.1 细长轴的振动方程

细长轴车削加工的工艺系统如图 1 所示,定位安装采用一夹一顶的形式。

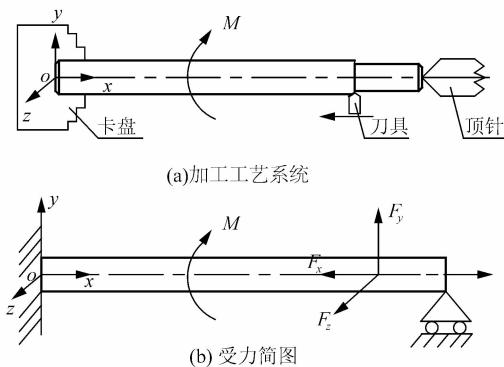


图 1 细长轴切削工艺示意图

Figure 1 Schematic diagram of slender shaft turning

切削加工时细长轴受三维切削力 F_x 、 F_y 和 F_z 作用^[7],由于 F_x 使工件产生横向振动非常小,因此不加以考虑。切削力 F_y 和 F_z 引起工件在 xoy 平面和 xoz 平面的横向振动响应,分别以 $y(x,t)$ 和 $z(x,t)$ 表示。

如图 2(a)所示,在 xoy 平面上 $y(x,t)$ 是切削位置 x 和时间 t 的二元函数,以 $f(x,t)$ 表示作用于轴上单位长度的横向力。工件单位体积的质量为 $\rho(x)$;横截面积为 $A(x)$;弯曲刚度为 $EJ(x)$,其中 E 为弹性模量, $J(x)$ 为惯性矩。取微段 dx ,以 $Q(x,t)$ 表示剪切力, $M(x,t)$ 表示弯矩,如图 2(b)所示,则 y 方向的运动方程为

$$\rho(x)A(x)dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = Q - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial t^2} \right) + f(x,t)dx \quad (1)$$

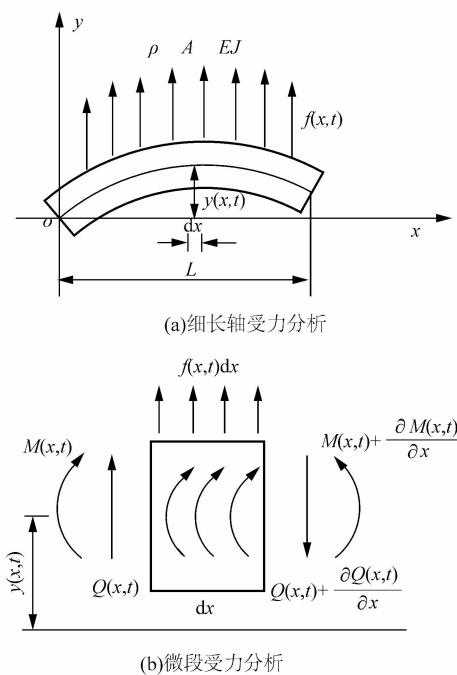


图 2 细长轴 xoy 平面内受力示意图

Figure 2 Slender shaft force status in xoy plane

忽略截面转动的影响,微段的转动方程为

$$M + \frac{\partial M}{\partial x} dx - M - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) dx + f(x,t) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (2)$$

在式(2)中, dx 的二次方项由于很小而忽略不计,则有

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3)$$

由材料力学弯矩和挠度的关系,将式(3)代入式(2)可得工件横向振动的偏微分方程,且令 $f(x,t) = 0$,则细长轴的自由振动方程为

$$\rho(x)A(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EJ(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (4)$$

取细长轴单位体积的质量 $\rho(x) = \rho$ 、横截面积 $A(x) = A$ 、惯性矩 $J(x) = J$ 均为常数,采用分离变量法可得在 $(0 < x < L)$ 内

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \beta_i^4 Y(x) = 0 \quad (5)$$

式(5)中 $\beta_i^4 = \frac{\omega^2 \rho A}{EJ}$, ω 为工件固有频率。该方程的解为

$$Y(x) = C_1 \sin \beta_i x + C_2 \cos \beta_i x + C_3 \operatorname{sh} \beta_i x + C_4 \operatorname{ch} \beta_i x \quad (6)$$

式(6)中: C_1, C_2, C_3 和 C_4 为积分常数。

根据加工时细长轴的支撑方式可得边界条件为一端固定一端铰支,解式(6)得

$$\tan \beta_i L = \text{th} \beta_i L, i = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

对应的固有频率为

$$w_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

对相应的振型函数正则化可解得

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{\rho A \int_0^L \left(\frac{\text{ch} \beta_i x - \cot \beta_i L \text{sh} \beta_i x}{\cos \beta_i x + \cot \beta_i L \sin \beta_i x} \right)^2 dx}} \quad (9)$$

xoz 平面内细长轴的受力情况与 xoy 平面内相同,同理可以得到 F_z 引起的正则振型函数。

1.2 细长轴在切削力作用下的振动响应

细长轴受沿轴向匀速移动的横向力 $f(x, t)$ 作用,横向力可统一地表示为分布力

$$f(x, t) = F_0 \delta[x - (L - vt)] \quad (10)$$

式(10)中 δ 函数为

$$\delta[x - (L - vt)] = \begin{cases} \infty, & x = L - vt \\ 0, & x \neq L - vt \end{cases} \quad (11)$$

式(10)中 F_0 为横向力,在 xoy 平面上 $F_0 = F_y$,在 xoz 平面上 $F_0 = F_z$; $v = nf/60$ 为刀具沿轴向移动的速度。因此,可求得细长轴的振动微分方程,并对 x 求 4 阶偏导数得

$$\rho A \sum_{i=1}^n \frac{d^2 q_i}{dt^2} Y_i + E J q_i \sum_{i=1}^n \frac{d^4 Y_i}{dx^4} = F_0 \delta[x - (L - vt)] \quad (12)$$

式中: $Y_i(x)$ 为工件第 i 阶振型函数, $q_i(t)$ 为工件第 i 阶广义坐标, τ 为积分变量。将式(12)两端同乘以 Y_i , 沿轴的全长积分并利用细长轴振型的正交性化简式(12)可得

$$\ddot{q}_i(t) + w_i^2 q_i(t) = F_0 Y_i(L - vt) \quad (13)$$

假设细长轴在切削力作用之前的挠度和速度为零,则微分方程(13)的解为

$$q_i = \frac{F_0}{w_i} \int_0^t Y_i(L - v\tau) \sin w_i(t - \tau) d\tau \quad (14)$$

因此可得 xoy 平面和 xoz 平面上切削力引起的轴的横向振动响应分别为

$$y(x, t) = F_y \sum_{i=1}^n \frac{Y_i(x)}{w_i} \int_0^t Y_i(L - v\tau) \sin w_i(t - \tau) d\tau \quad (15)$$

$$z(x, t) = F_z \sum_{i=1}^n \frac{Y_i(x)}{w_i} \int_0^t Y_i(L - v\tau) \sin w_i(t - \tau) d\tau \quad (16)$$

2 细长轴横向振动响应的仿真

以材料为 45 钢、尺寸为 $\varnothing 30 \times 600$ mm 的细长轴为研究对象,通过仿真研究切削力引起的工件的横向振动响应。首先要确定切削力与切削用量的关系,根据文献可得主切削力 F_c 、背向力 F_p 与切削三要素 (α_p, f 和 n) 的经验公式为

$$\begin{cases} F_c = 9.81 C_{F_c} \alpha_p^{x_{F_c}} f^{y_{F_c}} (60nf)^{n_{F_c}} K_{F_c} \\ F_p = 9.81 C_{F_p} \alpha_p^{x_{F_p}} f^{y_{F_p}} (60nf)^{n_{F_p}} K_{F_p} \end{cases} \quad (17)$$

根据工件和刀具材料、刀具的几何角度和加工形式等信息,通过查表可得公式中(17)各系数值如表 1 所示。

表 1 切削力公式中的系数和指数

Table 1 Coefficients and indexes of Eq. 17

C_{F_c}	x_{F_c}	y_{F_c}	n_{F_c}	K_{F_c}	C_{F_p}	x_{F_p}	y_{F_p}	n_{F_p}	K_{F_p}
180	1.0	0.75	0	0.96	94	0.9	0.75	0	0.92

表中: C_{F_c}, C_{F_p} —被加工材料和切削条件的系数;
 K_{F_c}, K_{F_p} —实际加工条件与求得经验公式的条件不同时,各种因素对切削力影响的修正系数之积; x_{F_c}, y_{F_c} ,
 $n_{F_c}, x_{F_p}, y_{F_p}$ 和 n_{F_p} —切削用量的指数。

在 $\alpha_p = 2$ mm, $f = 0.2$ mm/r, $n = 900$ r/min 的一组切削条件下,按照公式(17)求得 $F_y = F_p = 474$ N, $F_z = F_c = 1013$ N。

细长轴在车削加工过程中,一阶振动响应对加工性能影响最大,因此本文着重分析细长轴一阶振动响应。令式(15)和式(16)中的 $i = 1$, 将 F_y, F_z 分别代入得到细长轴在 xoy 平面和 xoz 平面上的一阶振动响应 $y(x, t)$ 和 $z(x, t)$, 在 Matlab 中画出三维曲面如图 3 所示,由图可以得到 1 次走刀过程中任意时刻任意位置的振动响应。

由图 3 中可知,在 $t = 81$ s, $x = 350$ mm 时,细长轴在 xoy 平面和 xoz 平面上的振动响应幅值最大,分别为 0.46 mm 和 0.92 mm,且在 xoz 平面上的振动幅值更大,这是因为细长轴在 xoz 平面上受切削力 F_z 的作用,该力较大且为主切削方向。

细长轴切削点处的振动响应对尺寸精度有直接影响,在忽略卡盘和顶尖弹性变形的前提下,影响变形量的主要因素有切削力、切削用量和工件的尺寸,其中切削用量是可控的,长径比是细长轴的重要尺寸特征。因此研究切削用量和工件长径比对细长轴横向振动的影响规律具有重要的意义。由于 xoy, xoz 平面上的振动响应曲线所反映的振动情况相同,文中只需分析 xoy 即可,后续雷同。

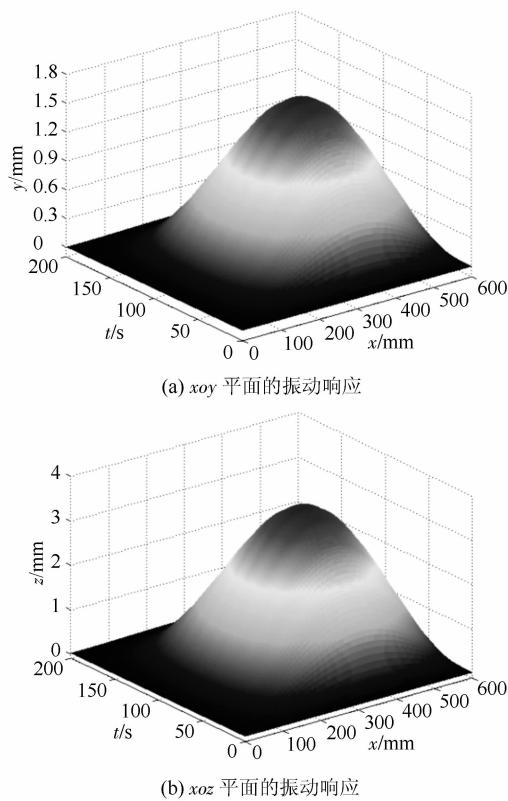


图3 切削力引起细长轴的振动响应

Figure 3 Vibration response aroused by cutting force

1) 背吃刀量的影响。以 $a_p = 1 \text{ mm}$ 和 $a_p = 3 \text{ mm}$ 改变背吃刀量,保持其他条件不变,3组背吃刀量条件下切削点处横向振动响应的比较如图4所示。背吃刀量由 $a_p = 1 \text{ mm}$ 变为 $a_p = 3 \text{ mm}$ 时,细长轴在 xoy 平面内振动响应的最大变形量由 0.88 mm 增加至 2.38 mm 。因此细长轴振动响应的最大变形量随着背吃刀量的增加显著增加,在实际的切削加工过程中需要使用较小的切削深度。

2) 转速的影响。以 $n = 710 \text{ r/min}$, $n = 1120 \text{ r/min}$ 改变主轴转速,保持其他条件不变,3组主轴转速的条件下细长轴切削点处横向振动响应的比较如图5所示,工件转速由 $n = 710 \text{ r/min}$ 增加为 $n = 1120 \text{ r/min}$ 时,细长轴在 xoy 平面内振动响应的最大变形量由 1.72 mm 增加至 1.89 mm 。因此在常用的转速范围内,变形量随着转速的增加稍有增加。

3) 进给速度的影响。以 $f = 0.3 \text{ mm/r}$ 和 $f = 0.4 \text{ mm/r}$ 改变进给速度,保持其他条件不变,3组进给速度条件下细长轴切削点处横向振动响应的比较如图6所示,进给速度由 $f = 0.3 \text{ mm/r}$ 增加为 $f = 0.4 \text{ mm/r}$ 时,细长轴在 xoy 平面内振动响应的最大变形量由 1.70 mm 增加至 2.81 mm 。因此增大进速度会使细长

轴的变形增大,故应在满足加工效率和表面粗糙度要求的前提下尽量选择较小进给速度。

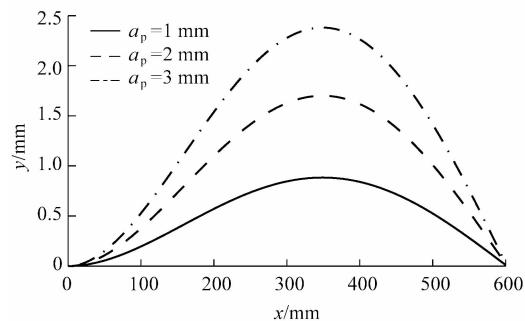


图4 不同背吃刀量下的振动

Figure 4 Vibration response of three different cutting depth

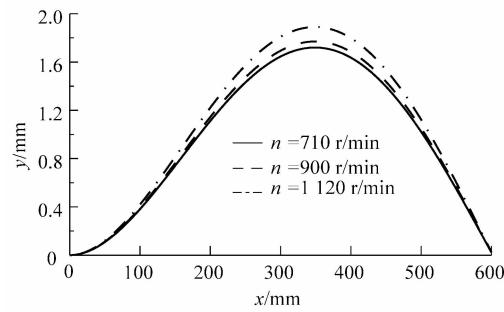


图5 不同工件转速下的振动

Figure 5 Vibration response of three different rotate speed

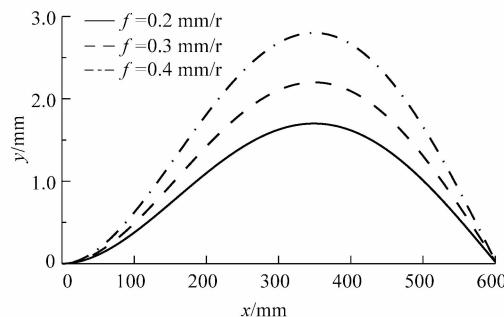


图6 不同进给速度下的振动

Figure 6 Vibration response at three different feed speed

4) 长径比的影响。在式(15)和式(16)中,细长

轴的1阶固有频率 $w_1 = \beta_1^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}} = \frac{3.85}{L \times \frac{d}{d}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 工件长径比的变化通过影响固有频率对细长轴的振动响应产生重要影响。以 $d = 24 \text{ mm}$ 和 $d = 20 \text{ mm}$ 改变工件的长径比,保持其他条件不变,在3组长径比 $\lambda = 20, \lambda =$

25 和 $\lambda = 30$ 的条件下细长轴切削点处横向振动响应的比较如图 7 所示,长径比由 $\lambda = 20$ 增加为 $\lambda = 30$ 时,细长轴在 xoy 平面内振动响应的最大变形量由 1.70 mm 增至 3.06 mm。因此细长轴振动响应的弯曲变形量随着工件长径比的增加而增加,因此在实际的切削加工过程中应尽量减小工件的长径比。

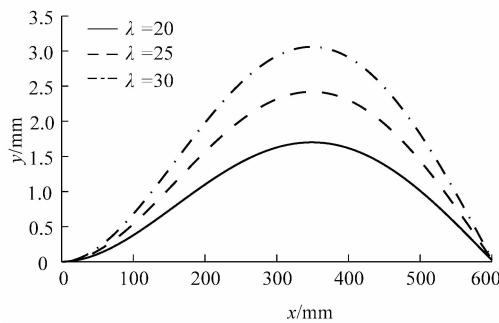


图 7 不同长径比下的振动

Figure 7 Vibration response of three different draw ratio

3 细长轴的车削实验与分析

本文设计了 4 因素 3 水平的正交实验^[8,9]如表 2 中所示,研究各因素对切削力的影响。

选取 45 号钢材料的细长轴为实验试件,在 CA6140 车床上进行车削实验,分别对转速、背吃刀量、进给速度和长径比设置不同的参数值,采集不同切

表 3 极差分析
Table 3 Range analysis

因 数	F_c/N			极差 R/N	F_p/N			极差 R/N
	K_1	K_2	K_3		K_1	K_2	K_3	
转速 n	1 080.1	1 167.5	991.2	176.3	513.4	476.6	451.9	61.5
进给速度 f	932.3	1 029.3	1 330.4	398.1	363.6	488.4	610.9	247.3
背吃刀量 a_p	734.8	1 194.7	1 362.5	627.7	340.1	489.6	633.2	293.1

分析表 2 中实验数据,第 1,6,8 这 3 组实验选定的背吃刀量 a_p 均相同,主轴转速参数依次增大,进给速度为第 6 组选定值最大,第 1 组最小,测得的切向力 F_c 、轴向力 F_p 值均为第 6 组值最大,第 1 组最小,由此知 F_c 、 F_p 值均随进给速度的增大而增加;第 4,5,6 组实验选定的主轴转速均相同,进给速度第 6 组参数最大,第 4 组最小,背吃刀量设置的参数第 5 组最大,第 6 组最小,该 3 组实验测得的 F_c 、 F_p 值均为第 5 组最大,由此知 F_c 、 F_p 值均随背吃刀量的增大而增加;综合表 2 中 9 组参数,1,2,3 组主轴转速均为 710 r/min,4,5,6 组均为 900 r/min,7,8,9 组均为 1 120 r/min,测得的实验值显示主轴转速增加, F_c 、 F_p 值均对应减小,由此知 F_c 、 F_p 值均随主轴转速的增大而减小。综上知:

削条件下的切削力,实验现场如图 8 所示。

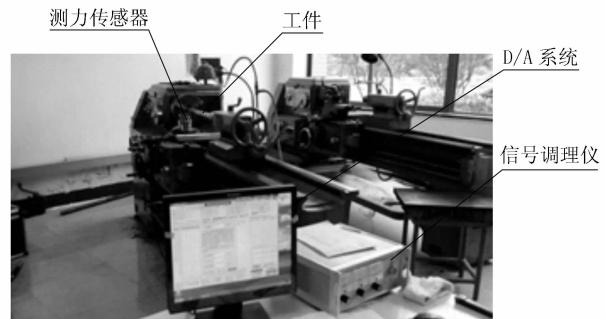


图 8 切削实验现场

Figure 8 Turning experiment

表 2 4 因素 3 水平正交实验表

Table 2 Orthogonal experiment table

序号	转速 $n/(r \cdot min)$	进给速度 $f/(mm \cdot r^{-1})$	背吃刀量 a_p/mm	主切削力 F_c/N	背向力 F_p/N
1	710	0.2	1.0	508.5	254.6
2	710	0.3	1.5	1 029.7	492.3
3	710	0.4	2.0	1 702.2	793.4
4	900	0.2	1.5	1 276.9	365.7
5	900	0.3	2.0	1 373.8	635.7
6	900	0.4	1.0	851.8	428.4
7	1 120	0.2	2.0	1 011.6	470.7
8	1 120	0.3	1.0	684.4	337.3
9	1 120	0.4	1.5	1 277.5	610.9

切向力 F_c 、轴向力 F_p 值均随背吃刀量、进给速度的增大而增加,随主轴转速的增大而减小。

如表 3 所示, F_c 指标下, 背吃刀量对应的极差值为进给速度极差值的 2 倍, 而进给速度对应的极差值又是转速对应极差值的 2 倍; F_p 指标下, 背吃刀量对应的极差与进给速度对应的极差值接近, 且均为转速对应极差值的 4 倍。其中 k_1, k_2, k_3 分别为转速 710 r/min, 900 r/min, 1 120 r/min 时 3 组主切削力 F_c 和背向力 F_p 的平均值。由此知: F_p, F_c 值与背吃刀量的增大成正比关系, 与进给速度的增大成正比, 与主轴转速的增大成反比关系, 且影响程度大小依次为背吃刀量、进给速度、主轴转速。

(下转第 47 页)