

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2017.05.006

复合薄膜热成型过程中热传导的数值分析

王淑慧, 陆佳平

(江南大学机械工程学院, 江苏无锡 214122)

摘要:针对复合薄膜在热成型加热和冷却中的传热问题,通过分析2层复合薄膜热传导过程的物理模型,建立相应的数学模型,提出了一种求解复合薄膜非稳态传热的解析方法。运用Laplace变换法求解导热微分方程理论解,确定薄膜的热传导参数后,利用MATLAB软件绘制 $\theta-t$ 及 $\theta-x$ 关系曲线。求解得2层复合薄膜的通用导热函数,并应用于热成型加热、冷却时间设计以及薄膜内部温度梯度分析,改善热成型工艺,从而避免因加热、冷却造成的工艺缺陷。

关键词:热成型;复合薄膜;非稳态导热;Laplace变换

中图分类号:TK124 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2017)05-0025-04

Numerical Analysis of Heat Transfer in Thermoforming of Composite Film

WANG Shuhui, LU Jiaping

(School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: Aiming at the processes of heating and cooling in thermoforming, analyzed the transfer processes of composite film and established relevant mathematical model, then proposed a analytical calculation method of non-steady state temperature field of heat transfer of two-layers composite film. Calculated the solution of the differential equation by Laplace transform method, determined heat transfer parameter, then drew the curve of $\theta-t$ and $\theta-x$ by MATLAB. Put forward the general heat transfer function of two-layers composite film, applied it to design the time of heating and cooling and analyzed the temperature gradient, improved the thermoforming process and avoided the technological defects caused by heating and cooling.

Keywords: thermoforming; composite film; non-steady state heat transfer; Laplace transform

热成型应用十分广泛,并且随着科技的发展以及产品设计的日新月异,被包装物不再拘泥于规则形状,而且基于经济性考虑,市场对软包装的需求也是越来越高。塑料片材热成型能够加工出比其他方法更薄的制品,而且其质量小于同体积的其他塑料制品。同时,热成型被认为是塑料成型方法中单位成本效率最高的加工方法。^[1]热成型过程中温度是影响制品品质的重要因素,而设计合理的加热方式与时间是控制制品品质的重要手段。^[2]因此建立合理模型分析薄膜在热成型过程中的热传导,有助于设计合理的热成型工艺方案。鉴于复合薄膜的优良性能,不再仅仅应用单膜于热成型工艺,由多层相互接触的薄膜组成的复合介质中的瞬态温度分布在工程上有广泛的应用^[3-4]。因此,

求解多层复合薄膜的热传导方程进行热分析,对热成型工艺研究有重要意义。

1 模型建立

笔者考虑2层复合薄膜结构,多层薄膜也可参考相同的方法进行计算。如图1所示,2层薄膜厚度为 δ_1, δ_2 ,热扩散率为 α_1, α_2 。薄膜初始温度为 T_0 ,其一侧的加热板加热并保持在一定温度 T_w ,薄膜另一侧接触温度为 T_0 的空气。可以将其等同于半无限大平板,由于薄膜内部温度随时间变化 $\frac{\partial T}{\partial t} \neq 0$,考虑该导热过程为第一类边界条件下一维非稳态导热^[5],则有导热微分方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 T}{\partial \delta^2}, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (1)$$

收稿日期:2017-02-20;修回日期:2017-04-11

第一作者简介:王淑慧(1993),女,浙江温岭人,硕士研究生,主要研究方向为异形包装热成型技术。E-mail:shebest@126.com

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_2 \frac{\partial^2 T}{\partial \delta^2}, \quad \delta > \delta_1. \quad (2)$$

初始条件:

$$t = 0 \text{ 时}, T = T_0.$$

边界条件:

$$t > 0 \text{ 时}, \begin{cases} \delta = 0 \text{ 处}, T = T_w, \\ \delta = \delta_1 \text{ 处}, T = T(t), \\ \delta = \infty \text{ 处}, T = T_0. \end{cases}$$

式中: T 为薄膜的温度, $^{\circ}\text{C}$; t 为加热的时间, s ; α_1 为第 1 层材料的热扩散率, m^2/s ; α_2 为第 2 层材料的热扩散率, m^2/s ; T_0 为薄膜初始温度, $^{\circ}\text{C}$; T_w 为加热板的加热温度, $^{\circ}\text{C}$; δ_1 为第 1 层材料的厚度, mm ; δ_2 为第 2 层材料的厚度, mm 。

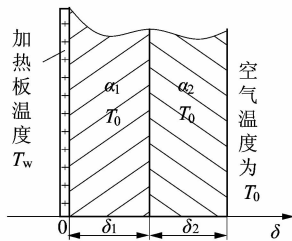


图 1 薄膜物理模型

Figure 1 Physical model of film

2 模型计算

根据上述导热微分方程,采用 Laplace 变换法进行求解。对薄膜温度 T 进行处理,引入过余温度 θ ,令 $\theta(t, \delta) = T(t, \delta) - T_0$, θ 为关于 t 和 δ 的函数,则公式(1)和(2)化为

导热微分方程:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2}, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2}, \quad \delta > \delta_1. \quad (4)$$

$$\theta(t, \delta) = \mathcal{L}^{-1} [\theta_w e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_1}} \delta}] = \int_0^t \theta_w \frac{\delta}{2 \sqrt{\pi \alpha_1 (t - \tau)^3}} e^{-\frac{\delta^2}{4 \alpha_1 (t - \tau)}} d\tau, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (11)$$

$$\theta(t, \delta) = \mathcal{L}^{-1} [\bar{f}(t) e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_2}} (\delta - \delta_1)}] = \int_0^t f(t) \frac{\delta - \delta_1}{2 \sqrt{\pi \alpha_2 (t - \tau)^3}} e^{-\frac{(\delta - \delta_1)^2}{4 \alpha_2 (t - \tau)}} d\tau, \quad \delta > \delta_1. \quad (12)$$

化简得到两层薄膜温度关于时间和位置的通用函数关系式:

$$\theta(t, \delta) = \begin{cases} \theta_w \cdot \text{erfc} \left(\frac{\delta}{\sqrt{4 \alpha_1 t}} \right), & 0 < \delta < \delta_1, \\ \int_0^t \theta_w \cdot \text{erfc} \left(\frac{\delta_1}{\sqrt{4 \alpha_1 t}} \right) \cdot \frac{\delta - \delta_1}{2 \sqrt{\pi \alpha_2 (t - \tau)^3}} e^{-\frac{(\delta - \delta_1)^2}{4 \alpha_2 (t - \tau)}} d\tau, & \delta > \delta_1. \end{cases} \quad (13)$$

初始条件:

$$t = 0 \text{ 时}, \theta(0, \delta) = 0.$$

边界条件:

$$t > 0 \text{ 时}, \begin{cases} \theta(t, 0) = \theta_w, \\ \theta(t, \delta_1) = f(t), \\ \theta(t, \infty) = 0. \end{cases}$$

式中: θ_w 为开始加热时 $\delta = 0$ 处的过余温度; $f(t)$ 为 δ_1 处薄膜温度。

记 $\bar{\theta}(t, \delta) = \mathcal{L} [\theta(t, \delta)]$, 则有 $\bar{f}(t) = \mathcal{L} [f(t)]$ 。

Laplace 变换

$$t \bar{\theta} = \alpha_1 \frac{d^2 \theta}{d\delta^2}, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (5)$$

$$t \bar{\theta} = \alpha_2 \frac{d^2 \theta}{d\delta^2}, \quad \delta > \delta_1. \quad (6)$$

通解

$$\bar{\theta}(t, \delta) = C_1 e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_1}} \delta} + D_1 e^{-\sqrt{\frac{t}{\alpha_1}} \delta}, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (7)$$

$$\bar{\theta}(t, \delta) = C_2 e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_2}} \delta} + D_2 e^{-\sqrt{\frac{t}{\alpha_2}} \delta}, \quad \delta > \delta_1. \quad (8)$$

代入初始条件以及边界条件,解特征值:

由 $\theta(t, \infty) = 0$, 可得 $\bar{\theta}(t, \infty) = 0$, 代入公式(7)

和(8) 可得 $C_1 = 0, C_2 = 0$;

由 $\theta(t, 0) = \theta_w$, 可得 $\bar{\theta}(t, 0) = \theta_w$, 代入公式(7)

可得 $D_1 = \theta_w$;

由 $\theta(t, \delta_1) = \theta(t)$, 可得 $\bar{\theta}(t, \delta_1) = \bar{f}(t)$, 代入公

式(8) 可得 $D_2 = \bar{f}(t) \cdot e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_2}} \delta_1}$ 。

将特征值代入公式(7) 和(8), 则有

$$\bar{\theta}(t, \delta) = \theta_w e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_1}} \delta}, \quad 0 < \delta < \delta_1; \quad (9)$$

$$\bar{\theta}(t, \delta) = \bar{f}(t) \cdot e^{\sqrt{\frac{t}{\alpha_2}} (\delta - \delta_1)}, \quad \delta > \delta_1. \quad (10)$$

由 $\theta(t, \delta) = \mathcal{L}^{-1} [\bar{\theta}(t, \delta)]$ 以及卷积定理^[6] 得:

3 应用

热成型过程中涉及热传导的主要包括加热和冷却过程,加热所要达到的温度根据薄膜成型温度设定。成型温度范围是热塑性塑料加热时的重要影响因素,其最低温度是指在能保证足够精度的情况下,薄膜能被模塑成型的温度;最高温度是指薄膜在不发生热损伤时的温度。热损伤包括表面燃烧,颜色改变,过亮、气泡,表面开裂或薄膜不能再加工。^{[7]15}假设所用成型薄膜为 PA/PP 膜:PA 薄膜有 10 °C 的成型温度范围,真空成型时的成型温度 170 ~ 180 °C^{[7]24};PP 薄膜有 40 °C 的成型温度范围,真空成型时的成型温度 160 ~ 200 °C^{[7]23}。

考虑各基材的成型温度,选取 170 ~ 180 °C 为装置的成型温度范围。相应的热传导参数:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1.24 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, \\ \alpha_2 &= 0.71 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s},^{[8]} \\ \delta_1 &= 0.07 \text{ mm}, \delta_2 = 0.06 \text{ mm}, \\ T_w &= 190 \text{ }^\circ\text{C}, T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \\ \theta_w &= T_w - T_0 = 170 \text{ }^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

由公式(13)可知只要在 $\delta = \delta_1 + \delta_2$ 处温度达到薄膜成型温度即可,利用 MATLAB 软件可得当 $\delta = \delta_1 + \delta_2$ 时, $\theta - t$ 函数曲线如图 2 所示。

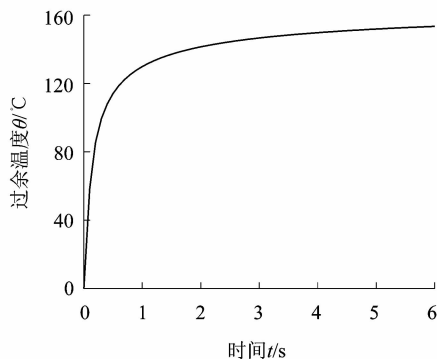


图 2 加热时 $\theta - t$ 关系曲线

Figure 2 Curve of $\theta - t$ at heating

由图 2 可知,当 $T = 170 \text{ }^\circ\text{C}$, 即 $\theta = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ 时, $t = 4 \text{ s}$, 得到加热时间为 4 s。若得到的加热时间过长或不满足热成型工艺设计的工作循环图,可重新设定成型温度范围,得到合理的加热时间,优化热成型工艺。

同时,也可以得到 $t = 4 \text{ s}$ 时,温度与位置的关系曲线,即薄膜内的温度梯度。而薄膜内部温度分布与其本身的热扩散率相关,由图 3 也可以发现温度分布呈单调函数关系。

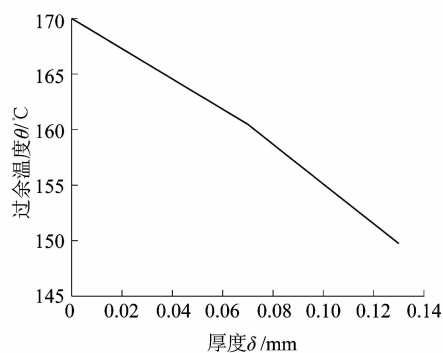


图 3 完成加热后薄膜内温度梯度

Figure 3 Temperature gradient of film after heating

而在冷却过程中,冷却所要达到的温度即脱模温度,仅低于薄膜玻璃化转变温度即可,而 PA 薄膜玻璃化转变温度为 150 °C,PP 薄膜玻璃化转变温度为 140 °C^{[7]23},因此设定 PA/PP 脱模温度为 130 °C。

冷却的导热模型与加热略有不同,薄膜 PP 侧接触模具,PA 侧接触空气,利用冷却水道使模具温度稳定在一定温度范围,假设其温度稳定在 T_w ,该温度可对应公式(13)中的 θ_w ,薄膜初始温度也为 T_0 ,环境温度为 T_0 ,其中 $T_w < T_0$ 。因此相应的热传导参数为

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 0.71 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, \\ \alpha_2 &= 1.24 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, \\ \delta_1 &= 0.06 \text{ mm}, \delta_2 = 0.07 \text{ mm}, \\ T_w &= 25 \text{ }^\circ\text{C},^{[7]26} T_0 = 170 \text{ }^\circ\text{C}, \\ \theta_w &= T_w - T_0 = -145 \text{ }^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

同样,在 $\delta = \delta_1 + \delta_2$ 处温度达到脱模温度即可,利用 MATLAB 软件绘制 $\delta = \delta_1 + \delta_2$ 时 $\theta - t$ 函数曲线如图 4 所示。

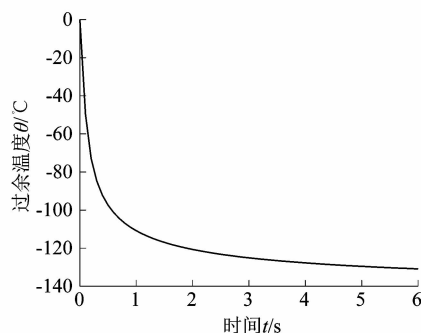


图 4 冷却时 $\theta - t$ 关系曲线

Figure 4 Curve of $\theta - t$ at cooling

由图 4 可知,当 $T = 130 \text{ }^\circ\text{C}$, 即 $\theta = -40 \text{ }^\circ\text{C}$ 时, $t = 0.05 \text{ s}$,因此可以考虑成型后立即脱模。

(下转第 31 页)