

[自控·检测]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2023.03.009

# 基于小波包-核偏最小二乘的滚动轴承故障检测法

张亚雄<sup>1</sup>, 范玉刚<sup>2</sup>, 李枝荣<sup>1</sup>, 孙亚军<sup>1</sup>

(1. 云南轻纺职业学院 机电工程与自动化学院, 云南 昆明 650300;  
2. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650500)

**摘要:**为了解决滚动轴承故障检测中出现的振动信号非线性问题,课题团队提出了一种基于小波包-核偏最小二乘(wavelet packet and kernel partial least squares method, WP-KPLS)的故障检测方法。首先对采集到的信号进行小波包分解,将振动信号分解到独立的频段,提取不同频段的能量谱,并构建反映频谱状态改变的能量谱特征向量;再对得到的能量谱特征向量进行核偏最小二乘分析,建立故障检测模型,利用 $T^2$ 及SPE统计量来检测故障是否发生。实验结果表明:该方法能够较为准确地检测到轴承的内外圈故障,证明该模型是有效的。该方法综合了小波包对信号的分析优势和核偏最小二乘法在非线性的数据处理的优点,为解决故障检测中的非线性数据处理问题提供了一种新方法。

**关键词:**滚动轴承;故障检测;小波包;核偏最小二乘

中图分类号:TH133.33;TP277 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2023)03-0060-06

## Application of Wavelet Packet and Kernel Partial Least Squares Method for Ball Bearing Fault Detection

ZHANG Yaxiong<sup>1</sup>, FAN Yugang<sup>2</sup>, LI Zhirong<sup>1</sup>, SUN Yajun<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering and Automation, Yunnan Light and Textile Industry Vocational College, Kunming 650300, China;  
2. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

**Abstract:** In order to solve the nonlinear problem of rolling bearing vibration signal in fault detection, a fault detection method based on wavelet packet and kernel partial least squares method (WP-KPLS) was proposed. Firstly, the collected signal was decomposed by wavelet packet, the vibration signal was decomposed into independent frequency bands, the energy spectrum of different frequency bands was extracted, and the energy spectrum eigenvectors reflecting the change of spectrum state were constructed. Then, the obtained energy spectrum eigenvectors were analyzed by kernel partial least squares, a fault detection model was established, the  $T^2$  and SPE statistics were used to detect whether the fault occurred. The experimental results show that the method can detect the faults of the inner and outer rings of bearings more accurately, which proves that the model is effective. This method combines the advantages of wavelet packets in signal analysis and the advantages of kernel partial least squares in data processing under nonlinear conditions, and provides a new method for solving nonlinear data processing problems in fault detection.

**Keywords:** rolling bearing; fault detection; WP (Wavelet Packet); KPLS (Kernel Partial Least Squares)

收稿日期:2022-08-03;修回日期:2022-12-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62173168);云南省教育厅基金项目(2022J1723);云南省教育厅基金项目(2022J1724)。

第一作者简介:张亚雄(1987),男,河南南阳人,硕士研究生,主要研究方向为深度学习、故障检测。E-mail:walterzhang@126.com

随着现代工业生产中自动化设备的占比逐渐增加,生产效率得到了很大提升;与此同时对机电设备的要求也相应提高,某一个部件细微的故障会在连锁反应传导下使整个生产线受到影响甚至停运。滚动轴承作为机械设备的重要组成部分,其选型、安装、润滑以及工作场合对轴承的寿命都有很大的影响。滚动轴承是机械设备中的易损件,因此对滚动轴承进行故障检测,保证其正常运行有着极其重要的意义。基于振动信号的分析方法是一种广泛使用的有效方法<sup>[1]</sup>,因此采集滚动轴承工作时的振动信号并对其进行分析以此诊断滚动轴承的运行状况。

当滚动轴承发生故障时,信号各频带能量中包含了相应的故障信息,即在采集到的轴承振动信号中不同频率带的能量占比会发生显著变化;可以利用此显著的变化来分析轴承的运行状况。小波包分析可将信号分解在不同的尺度上,不仅可提取信号在不同频带上的频域特征,又同时保留了信号在各个尺度上的时域特征。因而可对原始振动信号进行小波包分解,并从中提取轴承信号的能量特征信息<sup>[2-4]</sup>。但单纯的利用能量特征信息,并不能及时地对故障做出预警,因此以小波包能量谱为输入变量对其进行继续分析是很有必要的。目前,各种基于多元统计特征提取方法已被应用于故障诊断,像独立成分分析、主元分析以及偏最小二乘等<sup>[5-6]</sup>。但现代工业系统是复杂的,非线性是一个不可避免的问题,因此各种解决非线性算法相继提出,核偏最小二乘法 KPLS<sup>[7-8]</sup>便是其中一种。

以振动信号各频带的能量值为分析依据<sup>[9]</sup>,课题组提出了一种小波包-核偏最小二乘 WP-KPLS 故障检测方法。首先,对采集的滚动轴承振动信号进行小波包分解,将信号所携带的信息分解到其所对应的特有频段;对各个子频带的信号进行能量值计算,并构建能量频谱特征向量,能量谱特征向量的变化反映了系统运行状态的改变。然后,将特征向量进行 KPLS 分析,对轴承故障进行检测。最后,课题组通过实验仿真研究证明此方法的可行性。

## 1 采集信号的特征提取

### 1.1 小波包分解

课题组利用小波包分析对采集信号进行多层次的

精细分解,即在小波的基础上对高频部分进行进一步的分解,自适应选择频段与分解信号频谱相对应,从而提高时频分辨率<sup>[10]</sup>。小波包分解层数的多少视具体要求而定。分解后各频段的频率范围为:

$$f(i,j) = \left[ \frac{f_s(j-1)}{2^{(i+1)}}, \frac{f_s(j)}{2^{(i+1)}} \right] \quad (1)$$

式中: $f(i,j)$  为第  $i$  层分解的第  $j$  频带的频率段范围 ( $j=1,2,\dots,2^i$ );  $f_s$  为采样频率。

根据上述方法,在对滚动轴承进行故障检测中,对采集到的信号数据采用小波包进行 3 层分解,得到含有所需要信息的 8 个各不相同的频率段,对得到的频率段进行分析研究即可。

对数据信号小波分解后再进行系数重构。通过  $s_3^j$  ( $j=0,1,\dots,7$ ) 提取得到的各不同子频段信号,因此总的信号可表示如下:

$$s = s_3^0 + s_3^1 + s_3^2 + \dots + s_3^7 \quad (2)$$

### 1.2 小波包能量谱

小波包能量谱是指按照能量谱表示的小波包分解结果。在小波包变换中原始信号  $f(x)$  在  $L^2(R)$  上的 2 范数定义为:

$$\|f\|_2^2 = \int_R |f(x)|^2 dx \quad (3)$$

各子频带对应的能量值为:

$$E_3^j = \int |s_3^j(t)|^2 dt = \sum_{k=1}^N |x_{jk}|^2 \quad (4)$$

式中: $x_{jk}$  为重构信号  $s_3^j$  离散点的幅值; $j=0,1,\dots,7$ ; $k=0,1,\dots,N$ 。

因此根据小波包变换原理,原始数据信号时域能量等于变换数据信号 2 范数的平方,即:

$$\int_R da \int_R db |W_\psi f(a,b)/a|^2 = \|f\|_2^2 \quad (5)$$

式中: $1/a$  称为变换尺度, $b$  为平移参数, $W_\psi f$  为信号  $f$  关于小波  $\psi$  的小波变换。

从式(5)可以看出经小波包分解后的能量与原始信号的能量之间存在等价关系,因此利用小波包分解后的能量谱来表示原始信号的能量是可行的<sup>[11]</sup>。所以由式(4)可以求得重构后以能量值表示的特征向量  $T$ :

$$T = [E_3^0, E_3^1, \dots, E_3^6, E_3^7] \quad (6)$$

### 2 核偏最小二乘法

因变量和自变量之间的数据关系可以看做具有线性关系的数据矩阵和具有非线性关系的数据矩阵, 偏最小二乘法<sup>[12]2556-2557</sup> 在具有线性关系的数据时具有较好的效果, 而在处理非线性数据时效果较差。针对此问题, 可以将数据投影到高位空间来进行解决。采用 Cover 定理(将复杂的模式分类问题非线性地投射到高维空间比投射到低维空间更可能是线性可分的), 使得相关数据的线性关系在高维空间里较强地展现出来。KPLS 方法就是将输入空间通过一个核函数非线性地投影到一个高维的特征空间, 进而在新构建的特征空间内利用偏最小二乘算法进行建模分析。

KPSL 算法首先考虑将输入变量  $x_i (i = 1, \dots, N)$  非线性变换到高维线性特征空间  $F$ 。

$$\Phi: x_i \in R^m \rightarrow \Phi(x_i) \in F。$$

KPLS 算法的目标就是在  $F$  空间构造 PLS 模型, 从而解决了原始数据的非线性问题。其中, 假定  $\sum_{i=1}^k \Phi(x_i) = 0, \Phi(x_i)$  是从输入空间映射到特征空间  $F$  的特征向量, 并且特征空间的维数是任意大甚至无穷大;  $\Phi(x)$  表示为  $N$  行  $S$  列的矩阵, 在  $S$  维的特征空间中  $\Phi(x)$  矩阵的第  $i$  行是向量  $\Phi(x_i), k = \Phi\Phi^T, Y$  为因过程变量变化而带来的质量变量。其建模过程如下:

- 1) 令  $i = 1, K_1 = K, Y_1 = Y$ ;
- 2) 随机初始化  $u_i$ , 设  $u_i$  等于  $Y_i$  的任何一列;
- 3)  $t_i = K_i u_i, t_i \leftarrow t_i / \|t_i\|$ ;
- 4)  $q_i = Y_i^T$ ;
- 5)  $u_i = Y_i q_i, u_i \leftarrow u_i / \|u_i\|$ ;
- 6) 如果  $t_i$  收敛, 运行步骤 7), 否则返回步骤 3);
- 7)  $K_{i+1} = K_i - t_i t_i^T K_i - K_i t_i t_i^T + t_i t_i^T K_i t_i t_i^T,$   
 $Y_{i+1} = Y_i - t_i t_i^T Y_i$ ;
- 8) 令  $i = i + 1$ , 如果  $i > N$ , 则不再进行循环, 否则返回步骤 2)。

由以上算法可以得到高维空间矩阵  $\Phi$  的得分矩阵  $T$  和输出变量  $Y$  的得分矩阵  $U$ :

$$T = [t_1, \dots, t_N]; \tag{7}$$

$$U = [u_1, \dots, u_N]。 \tag{8}$$

根据文献[11], 得分矩阵  $T$  为:

$$T = \Phi R。 \tag{9}$$

式中  $R = \Phi^T U (\Phi^T K U)^{-1}$ 。

这样就得到原始信号的投影特征矢量。KPLS 模型建立后, 故障检测通常是用 Hotelling  $T^2$  检测图和  $Q$  残差检测图实现。

#### 2.1 Hotelling $T^2$ 检测

Hotelling  $T^2$  检测<sup>[13]524</sup> 统计量是用来估算模型内部数据的变化, 在第  $i$  个样本时:

$$T_i^2 = t_i \lambda^{-1} t_i^T = X_i P \lambda^{-1} P^T X_i^T。 \tag{10}$$

式中:  $t_i$  是矩阵  $T_k$  的第  $i$  行,  $T_k$  是由  $k$  个主元的得分向量组成,  $\lambda$  是主元特征值的平均值,  $P$  为所有子数据空间的载荷向量,  $x_i$  为分解数据矩阵第  $i$  行。

$T^2$  统计量通过计算向量模型的波动反应出变量的变化趋势。 $T^2$  统计量的限值服从  $F$  分布:

$$T_{k,m,\alpha}^2 = \frac{k(m-1)}{m-k} F_{k,m-1,\alpha}。 \tag{11}$$

式中:  $m$  为样本数,  $\alpha$  为显著水平。

当  $T^2 > T_{k,m,\alpha}^2$  时显示当前  $T^2$  统计量有异常。

#### 2.2 Q 残差检测

$Q$  残差统计也被称为 SPE 统计, 是模型外部变量的波动检测, 是样本在残差子空间上投影的平方。

$$Q = e^T e。 \tag{12}$$

式中  $e$  是主元模型中的残差空间。

正常工况下,  $Q$  应满足:

$$Q < Q_\alpha。$$

其中,

$$Q_\alpha = \theta_1 \left[ \frac{C_\alpha (2\theta_2 h_0^2)^{1/2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{1/h_0}。 \tag{13}$$

式中:  $C_\alpha$  是一个高斯分布的  $(1 - \alpha)/100$  的置信极限;  $\lambda_j$  是第  $j$  个特征值;

$$h_0 = 1 - \frac{2\theta_1 \theta_3}{3\theta_2^2}; \theta_i = \sum_{j=i+1}^n \lambda_j^i, i = 1, 2, 3。$$

### 3 小波包 - 核偏最小二乘故障检测法

课题组提出的小波包 - 核偏最小二乘故障检测法首先求出对应数据的能量谱矩阵, 即采用小波包分解变换对采集到的数据信号进行处理, 再对此矩阵进行

KPLS 分析,进行故障检测。课题组采用 db3 小波基对信号进行小波包分解,进行3层分解得到从高到低8个频率段。步骤如下:

1) 对训练数据样本进行小波包分解,按照式(4)求其在不同频率段的能量值  $E_3^i$ ,最终得到如式(6)的特征向量  $T$ 。

2) 将正常数据小波分解后得到的不同频率段的特征向量值  $T$  作为输入,通过计算得到均值和标准差,同时也需要采用标准化处理样本数据,构建训练样本矩阵  $x_i^*$ 。

$$x_i^* = \frac{x_i - E(x_i)}{\sqrt{\text{Var}(x_i)}} \quad (14)$$

3) 以新构建的训练矩阵建立正常的模型,对其进行 KPLS 分析,由式(11)和(13)求取正常数据情况下  $T^2$  统计量和 SPE 统计量的控制限。

4) 对采集到的测试样本重复步骤1)~3),由式(10)和(12)求取  $T^2$  和  $Q$  统计量进行故障检测。

故障检测流程如图1所示。

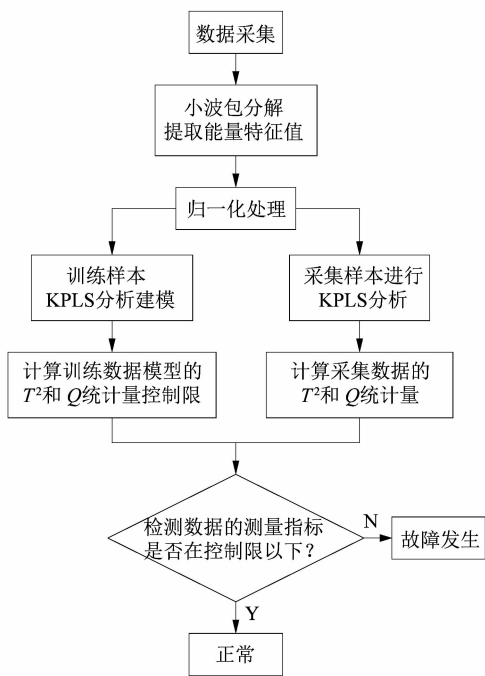


图1 故障检测流程

Figure 1 Fault detection process

## 4 实验研究

为了验证以上所述方法的正确性,课题组采用来自美国西储大学(Case Western Reserve)滚动轴承实验

中心的实验数据对此种故障检测法进行验证,从中选取的数据是 6205-2RSJEMSKF 型的滚动轴承数据,实验装置和轴承尺寸见文献[14]。信号采集传感器安装于电机驱动端,空载转速为 1 797 r/min,采样频率为 48 kHz,选取轴承外圈和内圈正常与故障的振动信号(轴承内径为 0.017 78 cm (0.007 in))。同时对数据进行时频分析、小波包分析和 KPLS 分析。

### 4.1 实验过程

1) 分别取正常振动信号和故障振动信号,对取得的数据经小波包变换进行频域分析。

2) 选用 db3 小波基对正常和故障数据进行3层小波包变换,得到8个频带,计算其中各节点的小波系数,并求出其能量值。对每一个子频带的能量值求和,用每一个分解频带的能量除以总信号能量,得到各分解频带信号能量值占总信号能量值的百分比。

3) 对小波包处理后的数据进行 KPLS 分析,控制限为 95%。分别求出主元变量的  $T^2$  和  $Q$  统计量数值,通过数值是否超限确定故障是否发生。课题组用高斯核函数作为实验核函数,其表达式为:

$$k(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

式中参数  $\sigma = 50$ 。

### 4.2 数据分析与仿真检测

正常振动信号的频谱如图2所示,故障振动信号的频谱如图3所示。通过图2~3的频域图可以看出虽然信号的幅值、频谱分布发生了变化,但单凭这些对故障进行判断是不准确的。

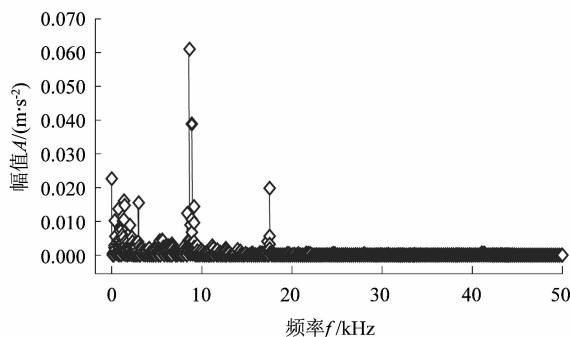


图2 正常振动信号频域波形

Figure 2 Normal vibration signal frequency-domain waveform

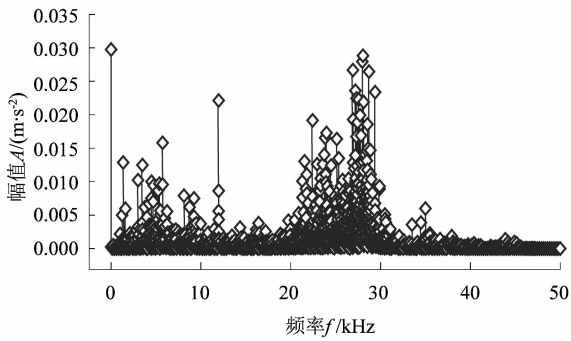


图3 异常振动信号频域波形

Figure 3 Abnormal vibration signal frequency-domain waveform

课题组对采集到的正常、异常振动信号,利用 db3 小波基进行 3 层分解,得到 8 个频带。再求出每个频带占总的频带的比例值。图 4 为正常振动信号能量分布比例直方图,图 5 为故障振动信号能量分布比例直方图。

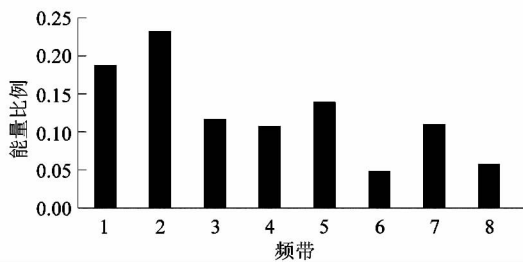


图4 正常振动信号能量分布比例直方图

Figure 4 Histogram of normal vibration signal energy distribution ratio

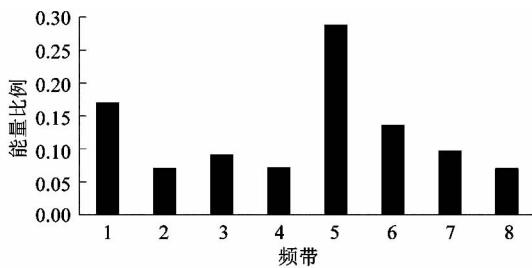


图5 异常振动信号能量分布比例直方图

Figure 5 Histogram of abnormal vibration signal energy distribution ratio

图 4 和图 5 是正常和异常信号小波包能量谱比例分布直方图,从中可以看到不同频带的比例发生了变化,但是很难以一定的标准值来衡量故障是否发生。

图 6 和图 7 为经 KPLS 分析后的内圈  $T^2$  和  $Q$  检测图,图 8 和图 9 为经 KPLS 分析后的外圈  $T^2$  和  $Q$  检测图。图 6 ~ 9 是从原始的正常和异常信号中分别取 600 组数据,在进行小波包分解的基础上进行 KPLS 分析得到的  $Q$  和  $T^2$  检测图。可以看出图 6 ~ 9 的后半部分,  $T^2$  和  $Q$  统计量明显发生跳跃,并持续维持在高位值,说明准确检测到了故障。实验结果表明了 WP-KPLS 方法是有效的。

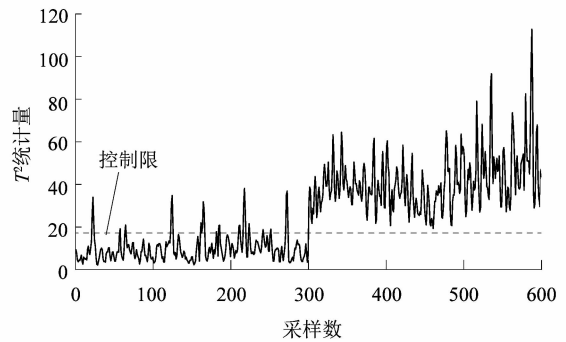


图6 内圈  $T^2$  统计量故障检测

Figure 6 Inner race  $T^2$  statistics fault detection

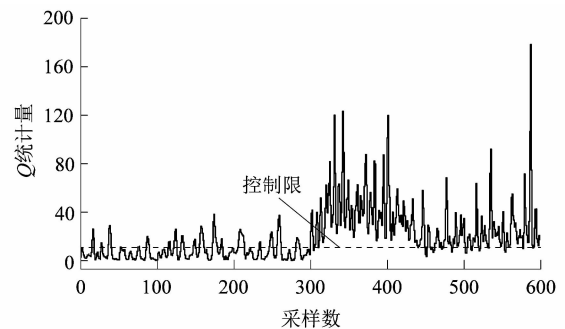


图7 内圈  $Q$  统计量故障检测

Figure 7 Inner race  $Q$  statistics fault detection

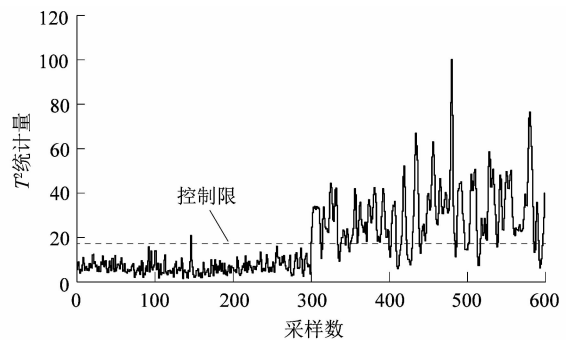
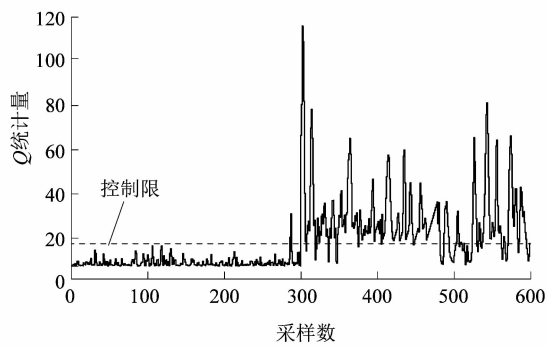


图8 外圈  $T^2$  统计量故障检测

Figure 8 Outer race  $T^2$  statistics fault detection

图9 外圈  $Q$  统计量故障检测Figure 9 Outer race  $Q$  statistics fault detection

## 5 结语

针对滚动轴承故障检测中的数据非线性处理难的问题,课题组提出小波包-核偏最小二乘故障检测方法,充分利用小波包对信号的分析优势和核偏最小二乘法在非线性的数据处理的优点。对采集到的数据信号通过小波包分解提取不同频段的能量谱,并构建能量谱特征向量,再对得到的能量谱特征向量进行核偏最小二乘法分析,建立 KPLS 故障检测模型,进行故障检测。通过实验证明:该方法能够在输入变量和输出变量之间建立起很好的非线性关系,提取到了需要的非线性特征量,规避了常规的非线性优化做法。通过分析不同频段小波包能量比例直方图,可以确定在发生故障时哪些频段发生了变化,为后续研究做铺垫。

该研究中有关参数的选取对实验最终结果的影响较大,比如核函数参数,这些问题的解决有待后面进一步研究。

### 参考文献:

[1] 马建仓,叶佳佳. 基于小波包分析的航空发动机故障诊断[J]. 计算机仿真,2010,27(2):49-51.

- [2] 杨宇,于德介,程军圣. 基于 EMD 与神经网络的滚动轴承故障诊断方法[J]. 振动与冲击,2005,24(1):85-88.
- [3] 金京,刘畅,兰雨涛,等. 基于 LMD 和 MOMEDA 的滚动轴承早期故障特征提取研究[J]. 机电工程,2021,38(3):276-285.
- [4] 李怡,李焕锋,刘自然. 基于 CEEMDAN 多尺度熵和 SSA-SVM 的滚动轴承故障诊断研究[J]. 机电工程,2021,38(5):599-604.
- [5] KRESTA J V, MACGREGOR J F, MARLIN T E. Multivariate statistical monitoring of process operating performance[J]. Canadian Journal of Chemical Engineering,1991,69:35-47.
- [6] ZHANG Y W. Enhanced statistical analysis of nonlinear processes using KPCA, KICA and SVM[J]. Chemical Engineering Science,2009,64(5):801-811.
- [7] KIM K, LEE J M, LEE I B. A novel multivariate regression approach based on kernel partial least squares with orthogonal signal correction[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems,2005,79(1/2):22-30.
- [8] FRANK I E. A non-linear PLS model[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems,1990,8(2):109-119.
- [9] JENA D P, PANIGRAHI S N. Bearing and gear fault diagnosis using adaptive wavelet transform of vibration signals[J]. Procedia Engineering,2012,50:265-274.
- [10] 印嘉,吴建德. 基于小波包能量谱的往复泵隔膜泵故障诊断研究[J]. 传感器与微系统,2012,31(10):45-47.
- [11] 彭恒义,轩建平,史铁林. 基于小波包分析的往复天然气压缩机故障诊断系统[J]. 机床与液压,2004(7):180-182.
- [12] 胡益,王丽,马贺贺,等. 基于核 PLS 方法的非线性过程在线监控[J]. 化工学报,2011,62(9):2555-2561.
- [13] XIONG L, LIANG J, QIAN J X. Multivariate statistical process monitoring of an industrial polypropylene catalyzer reactor with component analysis and kernel density estimation[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering,2007,15(4):524-532.
- [14] BOUDIAF A, MOUSSAOUI A, DAHANE A, et al. A comparative study of various methods of bearing faults diagnosis using the case western reserve university data[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention,2016,16(2):271-284.