

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2012.06.006

# 基于 ABAQUS 平面裂纹热权函数的计算

施新杭, 卢炎麟, 贾虹, 江坤

(特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室(浙江工业大学), 浙江 杭州 310014)

**摘要:**热权函数法适用于热载荷作用下裂纹尖端应力强度因子过渡过程的计算,文章对平面裂纹体热权函数法中权函数 $\partial U/\partial a$ 的计算进行了分析研究。用虚拟结点力法与 ABAQUS 有限元分析相结合,并组装得到整体刚度矩阵,对相关数据提取运算实现了权函数 $\partial U/\partial a$ 中 $dU_0/da$ 的计算,通过等效结点力加载并有有限元分析最后得到平面裂纹体的权函数场的分布。图6参10

**关键词:**热权函数法;裂纹;应力强度因子;整体刚度矩阵;ABAQUS 软件

中图分类号:O346.1 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2012)06-0020-04

## Calculation of 2D Crack Thermal Weight Function with ABAQUS

SHI Xinhang, LU Yanlin, JIA Hong, JIANG Kun

(Key Laboratory of E&M (Zhejiang University of Technology), Ministry of Education & Zhejiang Province, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** Thermal weight function method is suitable for calculation of crack tip stress intensity factor of the transition process. The method of calculating weight function  $\partial U/\partial a$  was discussed in solving the plane crack stress intensity factor (SIF), using virtual nodal force method combined with the finite element analysis of ABAQUS, and assembling to get the global stiffness matrix, picking out relative data and calculating  $\partial U/\partial a$  in  $dU_0/da$ . Finally, the field distribution of the weight function of the plane crack was obtained by loading equivalent nodal force and ABAQUS finite element analysis. [Ch, 6 fig. 10 ref.]

**Key words:** thermal weight function; crack; stress intensity factor (SIF); the global stiffness matrix; ABAQUS software

### 0 引言

在断裂力学理论的工程应用中,应力强度因子(stress intensity factor)是反映含裂纹结构弹性体尖端应力场强弱的物理量。应力在裂纹尖端有奇异性,而应力强度因子为有限值,可作为表征构件断裂以及裂纹扩展速率的重要参量。当前已有多种计算应力强度因子的计算方法,如解析法、边界配位、有限单元法、权函数法等。

权函数法首先由 Bueckner<sup>[1]</sup>利用权函数求解一般的机械载荷(表面力)作用下应力强度因子的一个很有效的方法。Rice<sup>[2]</sup>给出了求解应力权函数的一般方法,证明了权函数的唯一性。Bowie<sup>[3]</sup>把权函数法的应用范围推广到复合牵引力和位移边界条件。

Tsai<sup>[4]</sup>推导出应用权函数法计算热载荷作用下 I 和 II 型复合裂纹尖端 SIF 的基本公式。卢等<sup>[5]</sup>根据 Betti 功互等定理以及虚拟裂纹扩展法给出了热权函数法的有限元格式。卢等<sup>[6]</sup>利用刚度阵导数法,将热权函数法与有限元法直接耦合,给出了求解轴对称问题的热权函数有限元法计算格式。热权函数法作为一种高效的求解瞬态热冲击作用下裂纹尖端 SIF 过渡过程的计算方法,只需要利用所求得的热权函数与瞬态温度场乘积的积分即可实现,从而避免了常规方法在热冲击过程中对每一时刻所做的有限元热应力分析。

对于某一特定弹性结构体,热权函数法求解应力强度因子重点在于权函数的 $\partial U/\partial a$ 的计算<sup>[7]</sup>。文中通过基于 ABAQUS 有限元分析软件,进行位移场与刚度

收稿日期:2012-04-06;修回日期:2012-05-05

基金项目:浙江省重点科技创新团队建设(先进模具技术)项目(2010R50002)

作者简介:施新杭(1987),男,浙江永康人,硕士研究生,主要从事计算机辅助工程、热权函数法、断裂力学方面的研究。E-mail: shixinhang3232@sina.com

矩阵的输出,通过 PYTHON 脚本程序对相关数据提取操作,对整体刚度矩阵进行组装,通过刚度矩阵导数法等实现权函数中  $dU_0/da$  的计算<sup>[8-10]</sup>。

### 1 热权函数法的基本公式及有限元格式

对裂纹体应用 Betti 功互等定理推导出

$$\int_{S_t} t^{*(1)} \cdot u^{(2)}(a) dS - \int_{S_u} u^{*(1)} \cdot t^{(2)}(a) dS + \iint_A f^{*(1)} \cdot u^{(2)}(a) dA + \iint_A \alpha \Theta^{*(1)} \cdot \sigma_{kk}^{(2)}(a) dA = \int_{S_t} t^{*(2)}(a) \cdot u^{(1)}(a) dS - \int_{S_u} u^{*(2)}(a) \cdot t^{(1)}(a) dS + \iint_A f^{*(2)}(a) \cdot u^{(1)}(a) dA + \iint_A \alpha \Theta^{*(2)}(a) \cdot \sigma_{kk}^{(1)}(a) dA \quad (1)$$

其中,  $\alpha$  是热传导系数,  $\sigma_{kk}$  等于正应力  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  和  $\sigma_{zz}$  之和。

给系统一个虚拟裂纹扩展量  $\Delta a$ , 利用裂纹尖端位移场合应力场及其泰勒展开式得出

$$\frac{1}{\Delta v \Delta S_t} \int_{S_t} t^{*(1)} \cdot u^{(2)}(a + \Delta a) dS = - \int_{S_t} t^{*(2)}(a) \cdot \frac{\partial u^{(1)}(a)}{\partial a} dS + \int_{S_u} u^{*(2)}(a) \cdot \frac{\partial t^{(1)}(a)}{\partial a} dS - \iint_A f^{*(2)}(a) \cdot \frac{\partial u^{(1)}(a)}{\partial a} dA - \iint_A \alpha \Theta^{*(2)}(a) \cdot \frac{\partial \sigma_{kk}^{(1)}(a)}{\partial a} dA \quad (2)$$

其中,式(2)中最后一项表示裂纹体热权函数,如果系统只受温度载荷作用,则

$$K_I^{(2)} = \frac{H}{2K_I^{(1)}} \iint_A \alpha \Theta^{*(2)} \cdot \frac{\partial \sigma_{kk}^{(1)}(a)}{\partial a} dA \quad (3)$$

对于平面问题

$$\sigma_{kk} = \frac{E}{1-2\mu} \varepsilon_{kk} = \begin{cases} \frac{E}{1-\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), & \text{平面应力} \\ \frac{E}{1-2\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), & \text{平面应变} \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)带入式(3),并采用分步积分和 Green 定理,可得

$$K_I^{(2)} = \frac{H}{2K_I^{(1)}} \left[ \oint_C \Theta^{*(2)} \left( \frac{\partial u^{(1)}}{\partial a} dy - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial a} dx \right) - \iint_A \left( \frac{\partial \Theta^{*(2)}}{\partial x} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial a} + \frac{\partial \Theta^{*(2)}}{\partial y} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial a} \right) dA \right] \quad (5)$$

其中:

$$H = \begin{cases} \frac{E^2}{1-\mu}, & \text{平面应力} \\ \frac{E^2}{(1-2\mu)(1-\mu^2)}, & \text{平面应变} \end{cases} \quad (6)$$

$K_I^{(1)}$  是参考载荷系统的 I 型应力强度因子,  $K_I^{(2)}$  为待求的温度载荷系统的 I 型应力强度因子,  $u^{(1)}$ 、

$v^{(1)}$  分别为参考载荷系统(1)沿  $x$  方向和沿  $y$  方向的位移场,  $\Theta^{*(2)}$  为待求的温度载荷系统(2)的温度场,  $a$  表示裂纹长度,  $C$  表示线积分的边界,  $A$  表示面积分区域。

热权函数的关键是  $\partial U/\partial a$  的计算,其中  $U = [u \ v]$ ,  $X = [x \ y]$ 。下面用虚拟裂纹扩展技术来计算权函数  $\partial U/\partial a$ , 假设虚拟定裂纹有一个扩展量  $da$ , 则有

$$\frac{\partial U}{\partial a} = \frac{dU}{da} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{da} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{da} \quad (7)$$

下面分别计算  $dU/da$ 、 $\partial U/\partial X$ 、 $dX/da$ 。应用刚度矩阵导数法来计算  $dU_0/da$ , 可将有限元分析平衡方程  $KU_0 = F$  的两边对  $a$  求导后可得

$$\frac{dU_0}{da} = K_\alpha^{-1} \left( \frac{dF}{da} - \frac{dK}{da} U_0 \right) \quad (8)$$

$dF/da$  和  $dK/da$  可以用虚拟裂纹扩展前后的两次有限元分析的对应结果做差除以扩展量  $da$  得出

$$\frac{dU_0}{da} = K_\alpha^{-1} \left( \frac{F_{a+da} - F_a}{da} - \frac{K_{a+da} - K_a}{da} U_0 \right) \quad (9)$$

经过插值计算可以得到

$$\frac{dU}{da} = N \frac{dU_0}{da} \quad (10)$$

其中,  $K_a$  和  $F_a$  分别为虚拟裂纹扩展前的整体刚度矩阵和结点载荷矩阵,  $K_{a+da}$  和  $F_{a+da}$  分别为虚拟裂纹扩展后的整体刚度矩阵和结点载荷矩阵,  $U_0$  为扩展前的结点位移矩阵。

应用有限元法中的等参元(即位移、坐标、温度插值都采用相同的插值函数  $N$ ) 来计算  $\partial U/\partial X$ 、 $\partial \Theta/\partial X$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = J^{-T} P U_0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} = J^{-T} P \Theta_0 \quad (11)$$

其中  $J$  为 Jacobi 矩阵,  $U_0$  为节点位移矩阵。计算  $dX/da$ , 可先计算  $dX_0/da$ , 然后通过形函数插值求得  $dX/da$ , 结果如下

$$\frac{dX}{da} = N \frac{dX_0}{da} = N \frac{X_{a+da} - X_a}{da}, \quad \frac{dU}{da} = N \frac{dU_0}{da} \quad (12)$$

其中,  $X_0$  为节点坐标矩阵,  $X_a$  为虚拟裂纹扩展前的节点坐标矩阵,  $X_{a+da}$  为裂纹扩展后的节点坐标矩阵, 由  $dU_0/da$  通过形函数插值求得  $dU/da$ 。

## 2 ABAQUS 软件及 PYTHON 脚本程序实现 $dU_0/da$ 的计算

### 2.1 ABAQUS 中二维裂纹模型建立

使用 ABAQUS 软件中定义 seam 方式来建立二维裂纹模型, 模型为  $20 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ , 裂纹长度为  $10 \text{ mm}$ , 裂尖在平板几何中心, 单元类型为 cps8, 平板右边受

固定端约束,上下板面受 100 N 力载荷。

参数设定:弹性模量  $E = 210 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\mu = 0.3$ 。

### 2.2 ABAQUS 有限元计算

裂纹扩展前后分别进行静力学 static 分析得到节点位移矩阵,节点坐标矩阵。裂纹扩展前后分别通过 ABAQUS 线性摄动 linear perturbation 分析输出单元刚度矩阵以及整体刚度矩阵,如图 1 和图 2。

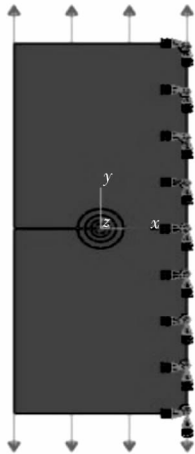


图 1 平面裂纹模型

Figure 1 Model of 2D crack

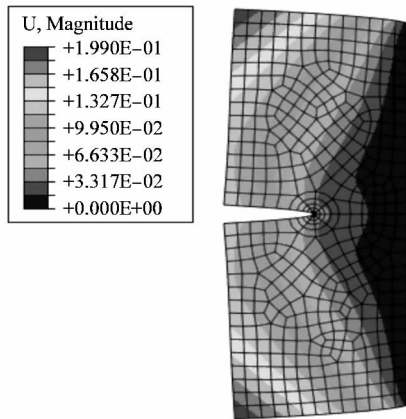


图 2 位移场云图

Figure 2 Field output of the displacement

### 2.3 PYTHON 脚本程序对数据处理

整体刚度矩阵是稀疏对称矩阵,ABAQUS 默认输出稀疏矩阵下三角非 0 元素,通过 python 程序 stif-zz.py 对两次刚度矩阵元素数值计算并组装得到  $[3054] \times [3054]$  阶整体刚度矩阵 zstif.mtx,通过 dis.py 从输出结果 odb 文件中提取节点位移列矩阵。

输出刚度矩阵非 0 元素数据如图 3 所示(注意只输出下三角非 0 元素),节点力数据见图 4。

每行 5 个元素的意义依次是:行节点号 row; 行自



图 3 刚度矩阵输出数据

Figure 3 Nonzero value of the stiffness matrix



图 4 节点力数据

Figure 4 Nonzero value of the nodal force

由度号 rf; 列节点号 col; 列自由度号 lf; 刚度元素数值。例如:第三行所包含的信息如下:第 20 节点的  $x$  方向发生单位位移,而其他节点位移都为 0,需要在第 1 号节点  $x$  方向施加的节点力为  $2.191\ 258\ 460\ 384\ 994 \times 10^5 \text{ N}$ 。

对输出刚度元素数据进行整体刚度组装,只需要将输出的刚度元素集成到整体刚度矩阵即可,关键是位置一定要对应好,通过 PYTHON 程序遍历组装,代码如下

```

zstif = [([0.0] * 3054) for i in range(3054)]
#定义整体刚度矩阵
count = 0
for i in range(46637): #输出文件包含 46637 行信息
    row = stif3[i][0];
    rf = stif3[i][1];
    col = stif3[i][2];
    cf = stif3[i][3];
    NDOF = 2; #结构的自由度,平面问题是 2,
    空间问题是 3
    NR = NDOF * (row-1) + rf - 1;
    NC = NDOF * (col - 1) + cf - 1;
    count = count + 1;
    zstif[NR][NC] = zstif[NR][NC] + stif3[i]
[4];zstif[NC][NR] = zstif[NR][NC];print >> open
('zstif1.mtx', 'w'), '\n'.join([' '.join(map(str,

```

i) for i in zstif] )

通过遍历 46 637 行元素,输出整体刚度矩阵存储到文件 zstif.mtx。

## 2.4 虚拟节点力法计算 $dU_0/da$

首先将(9)式化为

$$\mathbf{K}_a d\mathbf{U}_0 = (\mathbf{F}_{a+da} - \mathbf{F}_a) - (\mathbf{K}_{a+da} - \mathbf{K}_a) \mathbf{U}_0 \quad (13)$$

上述式与有限元平衡方程  $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}$  具有相同的结构,  $d\mathbf{U}_0$  可理解为把等式(13)右边作为结点载荷施加到刚度矩阵为  $\mathbf{K}_a$  的裂纹体模型上求解得到的节点位移,经计算可知节点力只在最内圈网格中的节点力不为 0,通过 jdl.py 程序自动建立相应的节点集合以及节点力加载 \* Cload 命令语句并添加到 inp 文件,提交 inp 进行一次有限元分析,输出位移场既是  $d\mathbf{U}_0$ ,再除以  $da$ ,便可计算出  $dU_0/da$ 。通过模拟,得到的位移场云图见图 5 和图 6。

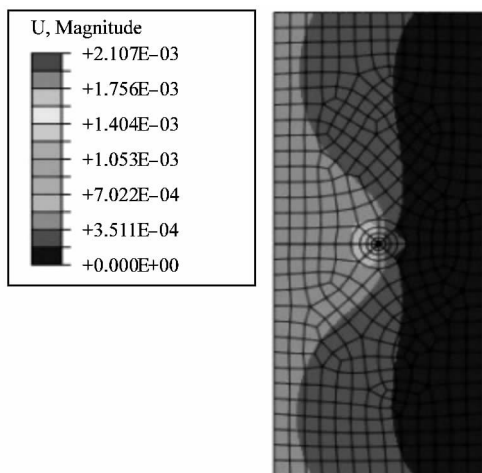


图 5 位移场云图

Figure 5 Field output of the displacement

## 3 结语

对 ABAQUS 软件下热权函数法计算平面 I 型裂纹 SIF 的过程中权函数的计算进行了研究,通过虚拟裂纹扩展,刚度矩阵导数法等实现了权函数中关键数据的计算。并通过云图显示了裂纹体权函数场的分布

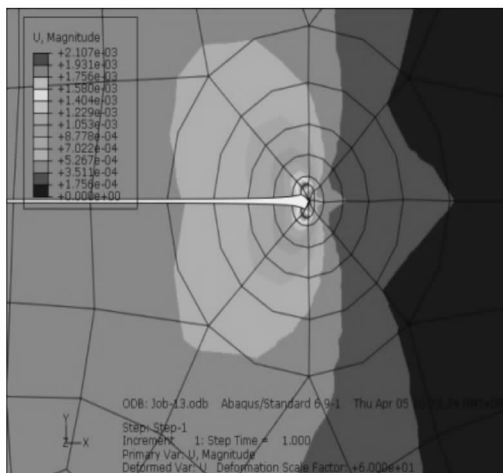


图 6 放大的位移场云图

Figure 6 Enlarge graphic of displacement

(利用 Abaqus 内部插值算法),再通过与温度场的积分,便可完成热冲击过渡过程 SIF 的计算。

## 参考文献 (References):

- [1] BUECKNER H F. A novel principle for the computation of stress intensity factors [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1970, 50 (9): 529 - 546.
- [2] RICE J R. Some remarks on elastic crack-tip stress field [J]. International Journal of Solids and Structures, 1972, 8 (6): 751 - 758.
- [3] BOWIE O L, FREESE C E. Cracked-rectangular sheet with linearly factors [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1981, 14 (4): 529 - 546.
- [4] TSAI C H, MA C C. Thermal weight function of cracked bodies subjected to thermal loading [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1992, 41: 27 - 44.
- [5] 卢炎麟,贾虹,翁晓红,等. 热冲击应力强度因子过渡过程分析的热权函数法[J]. 应用力学学报, 2000, 17 (4): 13 - 19.
- [6] 卢炎麟,张淑佳,贾虹,等. 轴对称热冲击 SIF 过渡过程分析的热权函数法[J]. 计算力学学报, 2001, 18 (1): 118 - 123.
- [7] 赵建生. 断裂力学及断裂物理 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [8] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [9] 石亦平,周玉蓉. ABAQUS 有限元实例详解 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [10] 曹金凤,石亦平. ABAQUS 有限元分析常见问题解答 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.

(上接第 19 页)

## 参考文献 (References):

- [1] 刘自珍. 我国片碱生产现状及发展对策 [J]. 氯碱工业, 2003 (9): 1 - 5.
- [2] 化学工程手册编辑委员会. 化学工程手册 第 9 篇: 蒸发及结晶 [M]. 北京: 化学工业出版社, 1989.
- [3] 姚玉英. 化工原理 [M]. 天津: 天津大学出版社, 1999.
- [4] 姜伟. 用于 72% 片碱生产的蒸发装置设计研究 [D]. 南京: 南京大学, 2007.
- [5] 杨凌波,李庆生. 自循环式薄膜蒸发器流畅特性数值模拟 [J]. 工业安全与环保, 2010, 36 (12): 19 - 21.
- [6] YOUNGS D L. Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion [C] // MORTON K W, BAINES M J. Numerical methods for fluid dynamics. New York: Academic Press, 1982.
- [7] 约翰 D. 安德森 (John D. Anderson). 计算流体力学基础及其应用 [M]. 吴颂平, 刘赵森, 译. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [8] 姜伟,李庆生. 72% 片碱生产中蒸发器循环推动力及传热的研究 [J]. 氯碱工业, 2005 (10): 36 - 39.

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2012.06.007

# 基于水煤浆湿法磨矿的球磨机磨腔流场分析

李 宁, 褚金林, 毛亚郎, 孙 毅

(特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室(浙江工业大学), 浙江 杭州 310014)

**摘 要:**水煤浆是一种新型煤基流体洁净环保染料,其最常用的制备技术为球磨机湿法磨矿工艺。利用计算流体力学(CFD法)对水煤浆湿法磨矿时球磨机磨腔进行数值模拟,得到钢球和煤浆在磨腔底部及泻落区域体积浓度大,在抛落区域体积浓度小;体积浓度梯度大小与体积浓度相反;钢球在脱离点与抛落终点附近存在较大的压强与压强梯度;当粘度或磨腔转速一定时,随着一方增加,混合物平均湍动能和平均湍流耗散率都先增大后减小,存在一个最大值。图9参10

**关 键 词:**水煤浆;球磨机;湿法磨矿;计算流体力学(CFD)

中图分类号:TD453;TP391.77 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2012)06-0024-05

## Analysis of the Flow Field in Ball Mill Chamber Based on Coal Water Mixture Wet Grinding

LI Ning, CHU Jinlin, MAO Yalang, SUN Yi

(Key Laboratory of E&M (Zhejiang University of Technology), Ministry of Education & Zhejiang Province, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** Coal water mixture is a new type of clean environmental protection dye of coal based fluid, the most common preparation technology is a wet grinding process of ball mill. The numerical simulation of coal water mixture wet grinding was done with computational fluid dynamics (CFD) in ball mill chamber, the results show that the larger volume concentration of ball and coal slurry are in the grinding chamber bottom and shed region and the smaller volume concentration are in the throw region, the volume concentration gradient is just the opposite; Larger pressure and pressure gradient of ball exist near separation points and throw endpoints; when the viscosity or grinding chamber speed are fixed, either one increases, the average turbulent kinetic energy and the average turbulent dissipation rate of mixture are all start with increasing, then decreasing and so with a maximum value. [Ch,9 fig. 10 ref. ]

**Key words:** coal water mixture; ball mill; wet grinding; computational fluid dynamics(CFD)

### 0 引言

水煤浆是20世纪70年代末国际石油危机时出现的一种煤炭高新技术产品,是一种新型煤基流体洁净环保染料,其制备工艺简单、实现了煤无需化学转化,只经物理加工即可为液态燃料,其最常用的制备技术为球磨机一段湿法磨矿工艺<sup>[1]</sup>。

水煤浆湿法磨矿作业与一般的湿法作业既有相似

点,又有其特有的性质。球磨机湿法作业时,磨腔内部并不是一般的冲击碰撞和研磨<sup>[2]</sup>,内部的固液两相流动情况是非常复杂的,且基于欧拉模型的湿法粉碎和以往的干法破碎有很大的区别,以往的干法破碎总结出来的能耗规律不再适用,流场对粉碎的效果所起的作用还不是很清楚。因此,针对球磨机水煤浆湿法作业时的真实情况,运用计算流体力学 Fluent 软件,选用

收稿日期:2011-10-12;修回日期:2011-12-14

基金项目:浙江省自然科学基金(LZ12E05002)

作者简介:李宁(1986),女,陕西咸阳人,浙江工业大学硕士研究生,主要从事机械产品有限元分析、流体分析。通信作者:孙毅,E-mail:sunyi@zjut.edu.cn