[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2025.05.001

完全解耦的3转动脚踝康复并联机构

闫 刚,刘 霞,刘 伟*,王 琰,梁俊侨

(西安工程大学 机电工程学院,陕西 西安 710048)

摘 要:为加快踝关节的康复痊愈,课题组设计了一种新型的完全解耦的3转(3R)脚踝康复并联机构,以实现在输出3个转动自由度下完全耦合。根据球面3R特性,在机构运动学分析的基础上,课题组采用螺旋理论和修正的K-G公式来验证新机构的自由度,建立运动学方程,对运动学正、逆解进行分析求解;同时对机构动平台进行速度求解分析,得到恒定的雅可比矩阵;最后采用ADAMS软件和MATLAB软件对机构模型进行仿真分析。结果表明:在恒定的雅可比矩阵条件下,该机构的运动控制能力及效率得到了大幅度提升。仿真及理论分析结果验证了该3R脚踝康复并联机构设计的合理性。

关 键 词:脚踝康复机构;并联机构;3转动自由度;螺旋理论;雅可比矩阵;ADAMS软件;MATLAB软件

中图分类号:TH789;TP242 **文献标志码**:A **文章编号**:1005-2895(2025)05-0001-11

Fully Decoupled 3R Medical Ankle Rehabilitation Parallel Mechanism

YAN Gang, LIU Xia, LIU Wei*, WANG Yan, LIANG Junqiao

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to accelerate the rehabilitation healing of the ankle joint, a new fully decoupled 3R ankle rehabilitation parallel mechanism was designed to realize the full coupling under the output of 3 rotational degrees of freedom. Based on the spherical 3R characteristics and the kinematic analysis of the mechanism, the spiral theory and modified K-G formula were adopted to verify the degrees of freedom of the new mechanism. The kinematic equations were established to analyze and solve the forward and inverse kinematics solutions. At the same time, the velocity solution analysis was carried out on the moving platform of the mechanism, and the constant Jacobian matrix was obtained. Finally, ADAMS software and MATLAB software were used to simulate and analyze the model of the mechanism. The results show that under constant Jacobian matrix conditions, the motion control capability and efficiency of the mechanism have been significantly improved. The simulation and theoretical analysis have verified the rationality of the 3R ankle rehabilitation parallel mechanism design.

Keywords: ankle rehabilitation mechanism; parallel mechanism; 3 rotational degrees; spiral theory; Jacobian matrix; ADAMS; MATLAB

随着时代的发展,并联机构已深度融入了航天工业、汽车工业和临床医学等领域。医疗康复机器人在医学领域的应用吸引了国内外众多学者加入研究队伍。Akagi等[1]将Stewart平台并联机构进行支链重构,研发出的新型Stewart脚踝康复机器人可实现较为复杂的训练活动;Jamwal等[2]根据模糊逻辑算法控制器进行机器人辅助治疗,设计出一种可穿戴式踝关节机器人,可同时控制4个输入达到所需的3自由度;秦友蕾等[3]设计出一种完全解耦的1移动3转动并联机构,基于G_F集理论、机构输入运动特征和螺旋理论等验证了该机构具有完全解耦性;周辉等[4]通过分析解耦并联机构的输入、输出特点,设计出一种6自由度完全解耦的并联机构;Nurahmi等[5]设计了一种基于3-RPS并联机构的可重构踝关节康复机器人,该机器人

收稿日期:2025-01-02;**修回日期**:2025-08-10

第一作者简介:闫刚(1998),男,硕士研究生,主要研究方向为并联机构。**通信作者**:刘伟(1985),男,博士,讲师,主要研究方向为机构设计、多模式机器人等。E-mail:liuweilw@xpu.edu.cn

具有 2 种工作模式,可确保患者更加精确和更有效的康复治疗;Dong 等[6]设计了一种 2-UPS/RRR 型脚踝康复机器人,该机器人有 3 个自由度,可实现 3 个空间旋转运动;王海芳等[7]设计了一种混联式柔性脚踝康复机器人,该机器人通过同步带和弹簧装置等效替代球面副和移动副,减小了康复训练时机构的惯性;林盛欣[8]设计出一种 6 自由度的踝关节康复机器人,用 MATLAB 进行数学模型仿真,得到机构的运动工作空间,验证了机构的可行性;雷修宇[9]设计出一种踝足康复训练器,通过搭建实物样机,并对康复效果进行了测试与验证;刘秀莹等[10]设计了一种广义型球面脚踝康复机器人,该机器人球心包含定球心和动球心,具有 3 个自由度,通过球心之间的运动位置关系,解决了康复机器人踝关节运动轨迹难以拟合的问题;刘承磊等[11]设计出一种 4 自由度广义球面脚踝康复机器人,具有 2 个移动自由度和 2 个转动自由度,且能运动学解耦,不相互影响,与踝关节运动拟合具有一致性;李龙飞[12]8设计一种 4-UPS/CU 型脚踝康复机器人,具有 4 个自由度,机器人的底端具有高度调节装置,可针对不同身高进行调节变换;芦风林等[13]设计出一种新型脚踝康复机器人,该机器人基于 2-RURU/RR 型并联机构进行改进,不存在耦合特性,且 1 条主动分支控制动平台 1 个方向的转动自由度;Meng 等[14]设计了一种非线性鲁棒迭代反馈调节技术控制的康复机器人,采用气动控制,并提出一种多自由度归一化的跨频切换(Inter-Frequency Handover,IFT)技术来提高计算精度,并通过权重因子及高斯牛顿法对控制器的参数进行优化,验证了归一化 IFT 方案能够在机器人运行过程中获得更好的跟踪性能,适应康复机器人的各种工况。

课题组基于球面 3R 并联机构,设计了一种新型脚踝康复机器人,利用螺旋理论分析了机构的运动,根据修正的 K-G 公式计算出机构的自由度,然后求出机构正、逆解的表达式,进而得出雅可比矩阵,并进行机构的空间分析。

1 3R 并联机构结构

1.1 人体脚踝关节运动分析

脚踝是人体的重要组成部分,是支撑人体的载体。踝关节由胫、腓骨下端关节面及足部距骨组成,是人体负重的重要关节,在运动中起到至关重要的作用。

踝关节的运动可看作 3 个自由度的关节转动,即人体脚踝关节可实现在水平面上绕 Z 轴的内收和外展,矢状面上绕 X 轴的背屈和跖屈,及冠状面上绕 Y 轴的内翻和外翻[12]9-11。

1.2 3R 并联结构分析

设计的 3 自由度脚踝康复球面并联机构由定平台(机架)、动平台以及设置在定平台和动平台之间的 3 条位置支链组成。3 条位置支链分别通过第 2 转动副、动平台和定平台来实现活动连接。3R 球面并联机构如图 1 所示。

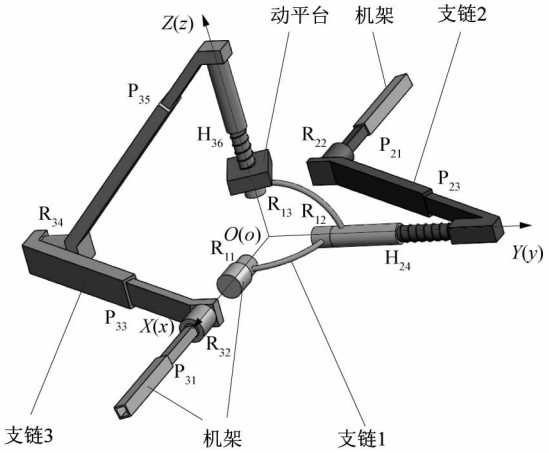


图 1 3R 球面并联机构

Figure 1 3R spherical parallel mechanism

支链 1 由 3 个转动副(R)组成,第 1 个转动副与定平台相连,第 3 个转动副与动平台相连;支链 2 由移动副(P)、转动副(R)和螺旋副(H)组成,其第 1 个移动副与定平台相连,螺旋副通过支链 1 中的连杆与支链 1 的第 3 个转动副相连;支链 3 由移动副(P)、转动副(R)和螺旋副(H)组成,其第 1 个移动副与机架相连,螺旋副与动平台相连。同时,移动副 P_{21} 的移动方向与移动副 P_{31} 的移动方向平行;移动副 P_{23} 的移动方向与移动副 P_{21} 的移动方向垂直;移动副 P_{33} 的移动方向与移动副 P_{31} 的移动方向垂直;转动副 R_{11} 的轴线垂直于转动副 R_{13} 的轴线;螺旋副 H_{24} 的螺旋轴线经过原点与转动副 R_{12} 的轴线重合;转动副 R_{11} 轴线与转动副 R_{12} 轴线垂直;转动副 R_{13} 的转动轴线与螺旋副 H_{36} 的螺旋轴线重合;移动副 P_{23} 的移动方向与螺旋副 H_{24} 的螺旋轴线呈 30° 夹角;移动副 P_{33} 的移动方向与转动副

R_{32}的轴线方向呈45°夹角。

以定平台中心 O 为原点建立定坐标系 O-XYZ,X 轴与转动副 R_{11} 轴线方向重合,Y 轴与转动副 R_{12} 轴线方向重合,Z 轴与转动副 R_{13} 轴线方向重合。为便于分析建立动坐标系 o-xyz,动坐标系 o-xyz 与定坐标系 O-XYZ 重合。

2　3R 机构运动学分析

2.1　自由度分析

建立3R机构坐标系如图2所示,在初始位置情况下,X 轴、Y 轴与 Z 轴交于原点 O,坐标轴互相垂直,动平台轴心与 Z 轴重合,动坐标系 o-xyz 与定坐标系 O-XYZ 均建于定平台中心上,此时,动坐标系各轴与定坐标系各轴重合,支链1、支链2、支链3各不相同,需要对3个支链分别进行分析。

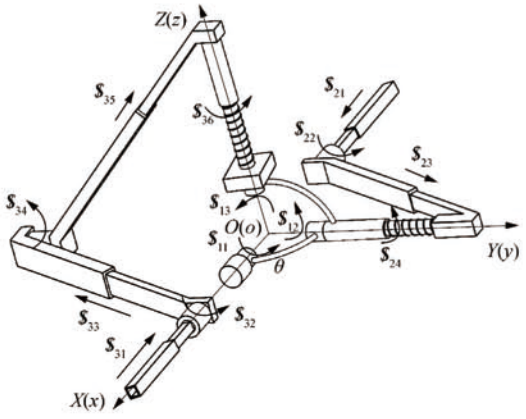


图2　3R 机构坐标系

Figure 2　Coordinate system of 3R mechanism

在定坐标系 O-XYZ 下支链1中,若转动副 R_{11} 转动角度为 θ,取逆时针方向为正方向,此时机构支链1运动螺旋系可表示为:

$$\left.\begin{aligned}\$_{11}&=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0);\\ \$_{12}&=(0\quad \cos\theta\quad \sin\theta;0\quad 0\quad 0)。\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中:$\$_{11}$ 和 $\$_{12}$ 分别表示转动副 R_{11} 和 R_{12} 的运动螺旋。

对支链1进行反螺旋求解,对于任何一个与此3螺旋相逆的反螺旋,必满足[16]:

$$\$_j\cdot\$^{r}=0,j=1,2,3。\tag{2}$$

式中:$\$_j$ 为支链 j 螺旋,$\$^{r}$ 为反螺旋。

直线的 Plucker 坐标$(\boldsymbol{S};\boldsymbol{S}_0)$中的2个矢量 $\boldsymbol{S}$ 和 $\boldsymbol{S}_0$ 都可以用直角坐标系的3个分量表示,则 Plucker 坐标的标量形式为$(L,M,N;P,Q,R)$。其中,$\boldsymbol{S}$ 为有向线段,表示直线的方向向量,L,M 和 N 是 $\boldsymbol{S}$ 的方向数,P,Q 和 R 是 $\boldsymbol{S}$ 对原点的线矩在 X,Y 和 Z 方向的分量;$\boldsymbol{S}_0$ 为力矩向量,表示原点到直线的"矩",用来描述直线的位置关系。若直线上2点坐标为 P 和 Q,则有:

$$\boldsymbol{S}=Q-P;$$

$$\boldsymbol{S}_0=P\times Q。$$

式中,×表示向量叉乘。

若令:

$$\$_1=(L_1,M_1,N_1;P_1,Q_1,R_1);$$

$$\$_2=(L_2,M_2,N_2;P_2,Q_2,R_2);$$

$$\$^{r}=(L^{r},M^{r},N^{r};P^{r},Q^{r},R^{r})。$$

则式(2)展开可得:

$$\left.\begin{aligned}&L_1P^{r}+M_1Q^{r}+N_1R^{r}+P_1L^{r}+Q_1M^{r}+R_1N^{r}=0;\\ &L_2P^{r}+M_2Q^{r}+N_2R^{r}+P_2L^{r}+Q_2M^{r}+R_2N^{r}=0。\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

式中:$(L_1,M_1,N_1,P_1,Q_1,R_1)$表示支链1上转动副 R_{11} 运动螺旋的 Plucker 坐标;$(L_2,M_2,N_2,P_2,Q_2,R_2)$表示支链1上转动副 R_{12} 运动螺旋的 Plucker 坐标;$(L_2,M_2,N_2,P_2,Q_2,R_2)$表示支链2上转动副 R_{22} 运动螺旋的 Plucker 坐标;$(L_3,M_3,N_3,P_3,Q_3,R_3)$表示支链2上移动副 P_{23} 运动螺旋的 Plucker 坐标;$(L_4,M_4,N_4,P_4,Q_4,R_4)$表示支链2上螺旋副 H_{24} 运动螺旋的 Plucker 坐标;(L_r,M_r,N_r)表示反螺旋的方向向量,即 X,Y 和 Z 轴方向向量;(P_r,Q_r,R_r)表示反螺旋对原点的线矩分量,即在 X,Y 和 Z 轴上的矩。

将式(1)代入式(3)有:

$$\left.\begin{aligned}&P^{r}=0;\\ &Q^{r}\cos\theta+R^{r}\sin\theta=0。\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

计算可得:

$$\left.\begin{aligned}\$^{r}_{11}&=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$^{r}_{12}&=(0\quad 1\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$^{r}_{13}&=(0\quad 0\quad 1;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$^{r}_{14}&=(0\quad 0\quad 0;\quad 0\quad \sin\theta\quad -\cos\theta)。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

由此可得:在支链1上,机构动平台分别受到 x,y 和 z 方向上的约束力以及 z 方向上的约束力偶,即限制动平台在 x,y 和 z 上的移动自由度以及 z 方向上的转动自由度。

支链 2 中,若移动副 P_{21} 沿定坐标系 X 轴移动,此时机构运动支链 2 的运动螺旋系可表示为:

$$\left.\begin{aligned}
&\$_{21}=(0\quad 0\quad 0;\quad 1\quad 0\quad 0);\\
&\$_{22}=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$_{23}=(0\quad 0\quad 0;\quad -1\quad \sqrt{3}\cos\theta\quad \sqrt{3}\sin\theta);\\
&\$_{24}=(0\quad \cos\theta\quad \sin\theta;\quad 0\quad h\cos\theta\quad h\sin\theta)。
\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

式中,h 为螺旋导程。

对支链 2 的运动螺旋系进行反螺旋求解,可得:

$$\left.\begin{aligned}
&L_1P^{r}+M_1Q^{r}+N_1R^{r}+P_1L^{r}+Q_1M^{r}+R_1N^{r}=0;\\
&L_2P^{r}+M_2Q^{r}+N_2R^{r}+P_2L^{r}+Q_2M^{r}+R_2N^{r}=0;\\
&L_3P^{r}+M_3Q^{r}+N_3R^{r}+P_3L^{r}+Q_3M^{r}+R_3N^{r}=0;\\
&L_4P^{r}+M_4Q^{r}+N_4R^{r}+P_4L^{r}+Q_4M^{r}+R_4N^{r}=0。
\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

由式(7)求得:

$$\left.\begin{aligned}
&L^{r}=0;\\
&P^{r}=0;\\
&-L^{r}+M^{r}\sqrt{3}\cos\theta+N^{r}\sqrt{3}\sin\theta=0;\\
&Q^{r}\sqrt{3}\cos\theta+R^{r}\sqrt{3}\sin\theta+M^{r}h\cos\theta+N^{r}h\sin\theta=0。
\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

进一步求得:

$$\left.\begin{aligned}
&\$^{r}_{21}=(0\quad -\sin\theta\quad \cos\theta;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{22}=(0\quad 0\quad 0;\quad 0\quad \sin\theta\quad -\cos\theta)。
\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

令螺旋副 H_{24} 转动角度为 η,则有:

$$\eta=\sqrt{3}/(h\cos\theta)。$$

可得出在支链 2 上,机构动平台分别受到 z 方向上的约束力以及 z 方向上的约束力偶,即限制动平台在 z 方向上的移动自由度以及 z 方向上的转动自由度。

支链 3 中,若移动副 P_{31} 沿定坐标系 X 轴移动,则机构运动支链 3 的运动螺旋系可表示为:

$$\left.\begin{aligned}
&\$_{31}=(0\quad 0\quad 0;\quad -1\quad 0\quad 0);\\
&\$_{32}=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$_{33}=(0\quad 0\quad 0;\quad -1\quad -\cos\theta\quad -\sin\theta);\\
&\$_{34}=(0\quad \cos\theta\quad \sin\theta;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$_{35}=(0\quad 0\quad 0;\quad A\quad B\quad C);\\
&\$_{36}=(L\quad M\quad N;\quad hL\quad hM\quad hN)。
\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

式中:σ 为螺旋副 H_{36} 转动的角度,$\sigma=M/(h\cos^2\theta)$。

其中:

$$A=(\cos\theta+\sin\theta)\sin\eta\cos\sigma-(\cos\theta-\sin\theta)\sin\sigma;$$

$$B=(\cos\theta+\sin\theta)\sin\eta\sin\sigma+(\cos\theta-\sin\theta)\cos\sigma;$$

$$C=(\cos\theta+\sin\theta)\sin\eta;$$

$$L=\sin\eta\cos\theta\cos\sigma+\sin\theta\sin\sigma;$$

$$M=\sin\eta\cos\theta\sin\sigma-\sin\theta\cos\sigma;$$

$$N=\cos\theta\cos\eta。$$

对支链 3 的运动螺旋系进行反螺旋求解,可得:

$$\left.\begin{aligned}
&L_1P^{r}+M_1Q^{r}+N_1R^{r}+P_1L^{r}+Q_1M^{r}+R_1N^{r}=0;\\
&L_2P^{r}+M_2Q^{r}+N_2R^{r}+P_2L^{r}+Q_2M^{r}+R_2N^{r}=0;\\
&L_3P^{r}+M_3Q^{r}+N_3R^{r}+P_3L^{r}+Q_3M^{r}+R_3N^{r}=0;\\
&L_4P^{r}+M_4Q^{r}+N_4R^{r}+P_4L^{r}+Q_4M^{r}+R_4N^{r}=0;\\
&L_5P^{r}+M_5Q^{r}+N_5R^{r}+P_5L^{r}+Q_5M^{r}+R_5N^{r}=0;\\
&L_6P^{r}+M_6Q^{r}+N_6R^{r}+P_6L^{r}+Q_6M^{r}+R_6N^{r}=0。
\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

因螺旋与反螺旋的维度之和为 6,这是由六维旋量空间的对偶性决定的。同时,可根据支链 1 式(3)及支链 2 式(7)对支链 3 式(10)建立行列式方程,且由于该运动螺旋线性无关,故该行列式非 0,说明在支链 3 上,运动支链具有完整的 6 个自由度,故支链 3 的运动螺旋系不提供约束。

那么除去转动副 R_{13} 运动螺旋的约束螺旋系可表示为:

$$\left.\begin{aligned}
&\$^{r}_{11}=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{12}=(0\quad 1\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{13}=(0\quad 0\quad 1;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{14}=(0\quad 0\quad 0;\quad 0\quad \sin\theta\quad -\cos\theta);\\
&\$^{r}_{21}=(0\quad -\sin\theta\quad \cos\theta;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{22}=(0\quad 0\quad 0;\quad 0\quad \sin\theta\quad -\cos\theta)。
\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

解式(12)约束螺旋系方程,可知这 6 个螺旋线性相关,只存在 4 个独立的约束,因而存在 2 个虚约束,则约束螺旋系可表示为:

$$\left.\begin{aligned}
&\$^{r}_{11}=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{12}=(0\quad 1\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{13}=(0\quad 0\quad 1;\quad 0\quad 0\quad 0);\\
&\$^{r}_{14}=(0\quad 0\quad 0;\quad 0\quad \sin\theta\quad -\cos\theta)。
\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

对约束螺旋系求反螺旋,则其二次反螺旋系为:

$$\left.\begin{aligned}\$_1&=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_2&=(0\quad \cos\theta\quad \sin\theta;\quad 0\quad 0\quad 0)。\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

而转动副 R_{13} 的运动螺旋为:

$$\$_{13}=\begin{pmatrix}\sin\eta\cos\theta\\ -\sin\theta\\ \cos\eta\cos\theta\\ 0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}。\tag{15}$$

由式(14)与式(15)可得:

$$\left.\begin{aligned}\$_1&=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_2&=(0\quad \cos\theta\quad \sin\theta;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_3&=(\sin\eta\cos\theta\quad -\sin\theta\quad \cos\eta\cos\theta;\quad 0\quad 0\quad 0)。\end{aligned}\right\}\tag{16}$$

则动平台螺旋系的约束螺旋为:

$$\left.\begin{aligned}\$_1^{\mathrm{r}}&=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_2^{\mathrm{r}}&=(0\quad 1\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_3^{\mathrm{r}}&=(0\quad 0\quad 1;\quad 0\quad 0\quad 0)。\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

求解动平台约束螺旋的反螺旋,即为动平台的运动螺旋,可得:

$$\left.\begin{aligned}\$_1^{\mathrm{pm}}&=(1\quad 0\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_2^{\mathrm{pm}}&=(0\quad 1\quad 0;\quad 0\quad 0\quad 0);\\ \$_3^{\mathrm{pm}}&=(0\quad 0\quad 1;\quad 0\quad 0\quad 0)。\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

依据动平台运动螺旋系 $\$^{\mathrm{pm}}$,可得机构的动平台具有的3个自由度,分别为绕 x 轴、y 轴和 z 轴的转动自由度。此外,机构的自由度 M 可以通过修正的 K-G[15]公式计算得到:

$$M=d(n-g-1)+\sum_{i=1}^{13}f_i+v-\xi。\tag{19}$$

式中:M 为机构的自由度;d 为机构的阶数,λ 为机构的公共约束数,且 $d=6-\lambda$;n 为机构的构件数;g 为运动副数;f_i 为第 i 个运动副的自由度数;v 为并联冗余约束;ξ 为机构中存在的局部自由度[17]。

对于此并联机构,公共约束数 $\lambda=0$,并联冗余约束 $v=2$,$d=0$,$n=12$,$g=13$,$\xi=0$,将各参数值代入式(19)得:

$$M=6\times(12-13-1)+13+2=3。\tag{20}$$

此计算结果与理论分析结果一致,即此机构在初始状态下的自由度是3。

2.2　运动学逆解分析

当并联机构运动至任意位姿时,输入参数与输出参数互相对应,机构的输出参数为动平台上脚踝结构中心点的转动角度,即动平台绕 z 轴的转动角度 γ、绕 y 轴的转动角度 β 和绕 x 轴的转动角度 α;输入参数为支链1上转动副 R_{11} 在定坐标系中绕 X 轴转动的角度 θ,支链2上的移动副 P_{21} 的位移 L_1,支链3上的移动副 P_{31} 的位移 L_2。假设给定输出参数即脚踝结构中心点的转动角度参数为(γ,β,α),求解输入参数即驱动块的位移变量 L_k($k=1,2$)和支链1所在转动副转动的角度 θ。

对3个支链分别进行分析,建立坐标系如图3所示。采用旋转变换矩阵来进行机构逆解分析,图3中黑色虚线 *O-XYZ* 表示定坐标系,用{O}表示,黑色实线 *o-xyz* 表示动坐标系,用{o}表示,表示机构运动后的位置坐标,且定坐标系和动坐标系的原点重合,X 轴和 x 轴也重合。

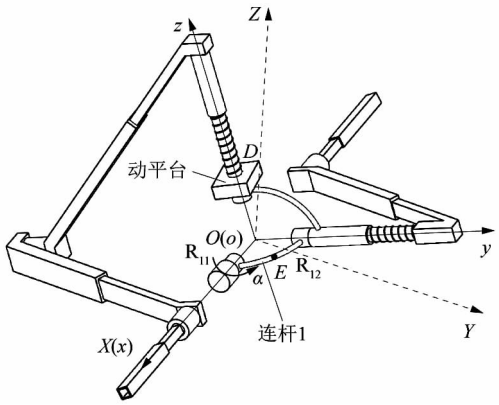


图3　支链1输入机构

Figure 3　Input mechanism of chain 1

为了计算方便,课题组规定的转动顺序为:第1次转动为定坐标系绕 Z 轴转动,转动角度为 γ;第2次转动为定坐标系绕 Y 轴转动,转动角度为 β;第3次转动为定坐标系绕 X 轴转动,转动角度为 α。第1次转动的角度和支链3上移动副 P_{31} 移动的位移 L_2 相关;第2次转动的角度和支链2上移动副 P_{21} 移动的位移 L_1 相关;第3次转动的角度和支链1上转动副 R_{11} 的转动角度 θ 相关,且所有的转动角度为0°~90°。

第 1 次转动的旋转矩阵为：

$$\boldsymbol{R}_Z(\gamma)=\begin{bmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 0\\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}。\tag{21}$$

第 2 次转动的旋转矩阵为：

$$\boldsymbol{R}_Y(\beta)=\begin{bmatrix}\cos\beta & 0 & \sin\beta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta\end{bmatrix}。\tag{22}$$

第 3 次转动的旋转矩阵为：

$$\boldsymbol{R}_X(\alpha)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha\\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}。\tag{23}$$

则动坐标系在定坐标系中的旋转矩阵可表示为：

$${}^{O}_{o}R=\mathrm{Rot}(X,\alpha)\,\mathrm{Rot}(Y,\beta)\,\mathrm{Rot}(Z,\gamma)=$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha\\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\beta & 0 & \sin\beta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 0\\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}。\tag{24}$$

整理得：

$$\begin{bmatrix}\cos\beta\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma+\cos\alpha\sin\gamma & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma+\cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta\\ -\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma+\sin\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta\end{bmatrix}。\tag{25}$$

令 D 点和 E 点分别为坐标系中动平台中心点和连杆 1 的中心点，D 点与 E 点在动坐标系中的坐标分别为(0　0　1)和(0　1　0)。对于支链 1，根据几何关系，经动坐标系转动后，Z 轴所在动平台上转动副 R_{11}转过角度 α 后所在轴线与转动副 R_{12}转动后所在轴线的夹角始终为 90°，动坐标系上动平台中心点 D 在定坐标系中的坐标为：

$${}^{O}\boldsymbol{P}_D={}^{O}_{o}\boldsymbol{R}\,{}^{o}\boldsymbol{P}_D=\begin{bmatrix}\cos\beta\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma+\cos\alpha\sin\gamma & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma+\cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta\\ -\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma+\sin\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=$$

$$[\sin\beta\quad -\sin\alpha\cos\beta\quad \cos\alpha\cos\beta]^{\mathrm{T}}。\tag{26}$$

转动副 R_{11}转过角度 θ 后，E 点在定坐标系的坐标可表示为：

$${}^{O}\boldsymbol{P}_{E_2}=\boldsymbol{R}_X(\theta)\,{}^{O}\boldsymbol{P}_{E_1}=$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\\cos\theta\\\sin\theta\end{pmatrix}。\tag{27}$$

式中：${}^{O}\boldsymbol{P}_{E_1}$和${}^{O}\boldsymbol{P}_{E_2}$分别为转动副 R_{11}转过角度 θ 前、后连杆 1 上中心点在定坐标系中的坐标。

根据几何关系可知 D 点和 E 点所在轴线互相垂直，根据向量垂直基本条件可知其所在轴线向量的点积为 0，故有：

$${}^{O}\boldsymbol{P}_D\cdot{}^{O}\boldsymbol{P}_{E_2}=0。\tag{28}$$

由式(28)可得：

$$[\sin\beta\quad -\sin\alpha\cos\beta\quad \cos\alpha\cos\beta]^{\mathrm{T}}\cdot\begin{pmatrix}0\\\cos\theta\\\sin\theta\end{pmatrix}=0。$$

解得：

$$\cos\beta\sin(\theta-\alpha)=0。\tag{29}$$

1）当 $\cos\beta=0$，即 $\beta=90°$时，β 为动平台绕 Y 轴转动的角度，此时将出现欧拉角表示的奇异位形，如图 4(a)所示。

2）当 $\cos\beta\neq0$ 时，即 $\sin(\theta-\alpha)=0$ 时，则有$\theta=\alpha$。

可得支链 1 上转动副 R_{11}在定坐标系中绕 X 轴转动的角度 θ 为：

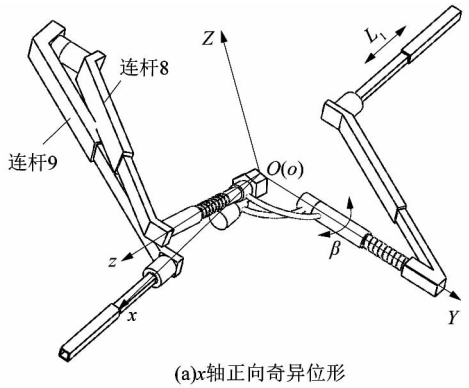
$$\theta=\alpha。\tag{30}$$

令 G 点为连杆 2 上一点，如图 5 所示，对于支链 2，经动坐标系转动后，动坐标系上动平台中心点 D 点位置和连杆 2 上移动副 P_{21}移动后 G 点位置重合。动平台上 D 点坐标见式(26)，G 点坐标为(0　0　1)。令螺旋副 H_{24}转动的角度为 θ_1，则转动副 R_{13}上 G 点的坐标可表示为：

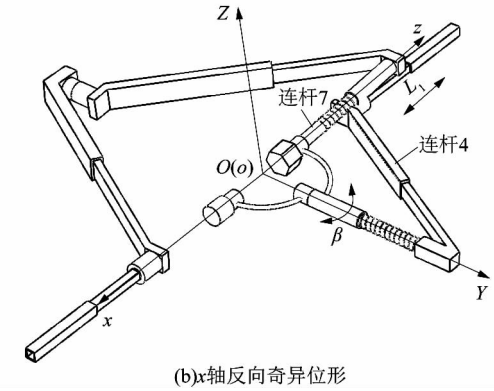
$${}^{O}\boldsymbol{P}_{G_2}=\boldsymbol{R}_X(\theta)\boldsymbol{R}_Y(\theta_1)\,{}^{O}\boldsymbol{P}_{G_1}=$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=$$

$$[\sin\theta_1\quad -\sin\theta\cos\theta_1\quad \cos\theta\cos\theta_1]^{\mathrm{T}}。\tag{31}$$



(a)x轴正向奇异位形



(b)x轴反向奇异位形

图4　$\beta=90°$时x轴的正向和反向奇异位形

Figure 4　Positive and negative singular configurations of x-axis at $\beta=90°$

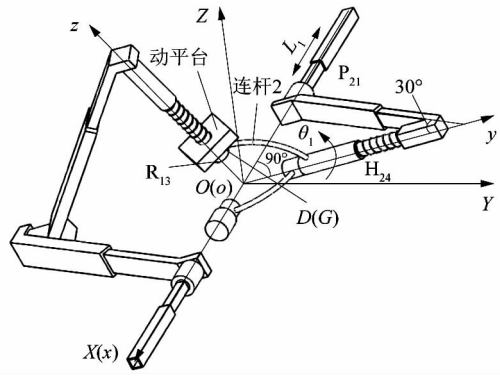


图5　支链2输入机构

Figure 5　Input mechanism of chain 2

由位置关系可知D点与G_2点重合,可得:

$$^{O}\boldsymbol{P}_{G_2}=^{O}\boldsymbol{P}_{D}。\tag{32}$$

由欧氏距离可知2个重合点之间距离为0,即:

$$\sqrt{(\sin\beta-\sin\theta_1)^2+(\sin\theta\cos\theta_1-\sin\alpha\cos\beta)^2+(\cos\alpha\cos\beta-\cos\theta\cos\theta_1)^2}=0。$$

解得:

$$\cos(\beta-\theta_1)=1。\tag{33}$$

分析可得:$\theta_1=\beta$或$\theta_1=2\pi+\beta$,当$\theta_1=2\pi+\beta$,β为动平台绕Y轴转动的角度,此时机构将出现奇异位形(见图4(b))。

机构转动后支链2简化坐标系如图5所示,移动副P_{21}移动位移为L_1,根据几何关系可知螺旋副H_{24}的移动增量为$\sqrt{3}L_1$,以及螺旋副H_{24}转动的角度为$\sqrt{3}L_1/h$,已知螺旋副H_{24}转动的角度为θ_1,故可解得移动副P_{21}移动位移为:

$$L_1=\sqrt{3}h\theta_1/3。\tag{34}$$

综上可知支链2上的移动副P_{21}的位移变量L_1为:

$$L_1=\sqrt{3}h\beta/3。\tag{35}$$

支链3输入机构如图6所示,经动坐标系转动后,动坐标系的输入轴上转动副R_{12}上的E_1点和移动副P_{31}输入后转动副R_{12}上E_2点重合。动坐标上转动副R_{12}上E_1点可表示为:

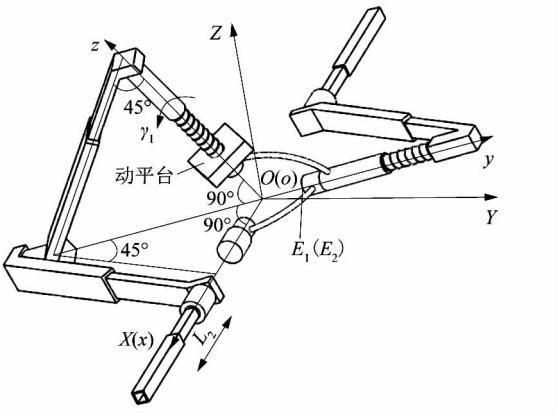


图6　支链3输入机构

Figure 6　Input mechanism of chain 3

$$^{O}\boldsymbol{P}_{E_1}=^{O}_{o}\boldsymbol{R}^{O}\boldsymbol{P}_{E_1}=$$

$$\begin{bmatrix}\cos\beta\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma+\cos\alpha\sin\gamma & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma+\cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta\\ -\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma+\sin\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\cos\beta\sin\gamma\\ -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma+\cos\alpha\cos\gamma\\ \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\gamma\end{bmatrix}。\tag{36}$$

令螺旋副 H_{36}转动的角度为 γ_1,则移动副 P_{31}上 E_2点的坐标可表示为:

$$^{O}\boldsymbol{P}_{E_2}=\boldsymbol{R}_X(\theta)\boldsymbol{R}_Y(\theta_1)\boldsymbol{R}_Z(\gamma_1)\,^{O}\boldsymbol{P}_E=$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\theta&-\sin\theta\\0&\sin\theta&\cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta_1&0&\sin\theta_1\\0&1&0\\-\sin\theta_1&0&\cos\theta_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\gamma_1&-\sin\gamma_1&0\\\sin\gamma_1&\cos\gamma_1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\cos\theta_1\sin\gamma_1\\-\sin\theta\sin\theta_1\sin\gamma_1+\cos\theta\cos\gamma_1\\\cos\theta\sin\theta_1\sin\gamma_1+\sin\theta\cos\gamma_1\end{bmatrix}。\tag{37}$$

由位置关系可知 E_1点与 E_2点重合,则有:

$$^{O}\boldsymbol{P}_{E_1}=\,^{O}\boldsymbol{P}_{E_2}。\tag{38}$$

由欧氏距离可知 2 个重合点之间距离为 0,即:

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}=0。$$

解得:

$$\cos(\gamma_1-\gamma)=1。\tag{39}$$

由式(39)可得:$\gamma_1=\gamma$ 或 $\gamma_1=2\pi+\gamma$。

移动副 P_{31}上位移为 L_2,根据图 6 所示几何关系,可解得螺旋副 H_{36}的位移为 L_2,由螺旋公式得螺旋副 H_{36}转过的角度为 L_2/h,已知螺旋副 H_{36}转动的角度为 γ_1,故可解得移动副 P_{31}上的位移为:

$$L_2=h\gamma_1。\tag{40}$$

综上分析可得支链 3 上的移动副 P_{31}的位移变量 L_2 为:

$$L_2=h\gamma。\tag{41}$$

综上,该机构的逆解为:

$$\left.\begin{aligned}&\theta=\alpha;\\&L_1=\sqrt{3}h\beta/3;\\&L_2=h\gamma。\end{aligned}\right\}\tag{42}$$

而运动学正解求解与逆解求解相反,当并联机构给定输入参数时,输出能达到特定的工作位置,机构的输入为支链 2 上的移动副 P_{21}的位移变量 L_1、支链 3 上的移动副 P_{31}的位移变量 L_2 和支链 1 上的转动副 R_{11}转动的角度 θ,机构的输出为动平台上脚踝结构中心点的位置参数即动平台上绕 X 轴的转动角度 α、绕 Y 轴的转动角度 β 和绕 Z 轴的转动角度 γ。

同理可得出机构的正解为:

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=\theta;\\&\beta=\sqrt{3}L_1/h;\\&\gamma=L_2/h。\end{aligned}\right\}\tag{43}$$

2.3 速度分析

机构动平台的速度和驱动关节的速度关系可表示为:

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{q}}。\tag{44}$$

式中:$\dot{\boldsymbol{X}}$ 为动平台上的速度矢量;$\dot{\boldsymbol{q}}$ 是各输入上的速度矢量;$\boldsymbol{J}$ 是雅可比矩阵,表示机构的输入速度和动平台速度之间的映射关系[18]。

将机构运动学逆解两边对时间 t 求导,则有:

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\theta}=\dot{\alpha};\\&\dot{L}_1=\sqrt{3}h\,\dot{\beta}/3;\\&\dot{L}_2=h\,\dot{\gamma}。\end{aligned}\right\}\tag{45}$$

以矩阵形式表达为:

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\sqrt{3}h/3&0\\0&0&h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\\dot{\beta}\\\dot{\gamma}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\\dot{L}_1\\\dot{L}_2\end{bmatrix}。\tag{46}$$

令 $\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\sqrt{3}h/3&0\\0&0&h\end{bmatrix}$。

若矩阵 $\boldsymbol{G}$ 可逆,有:

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\\dot{\beta}\\\dot{\gamma}\end{bmatrix}=\boldsymbol{G}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\\dot{L}_1\\\dot{L}_2\end{bmatrix}。$$

于是,可解得此并联机构的雅可比矩阵 $\boldsymbol{G}^{-1}$,进而可求得:

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\sqrt{3}/h&0\\0&0&1/h\end{bmatrix}。\tag{47}$$

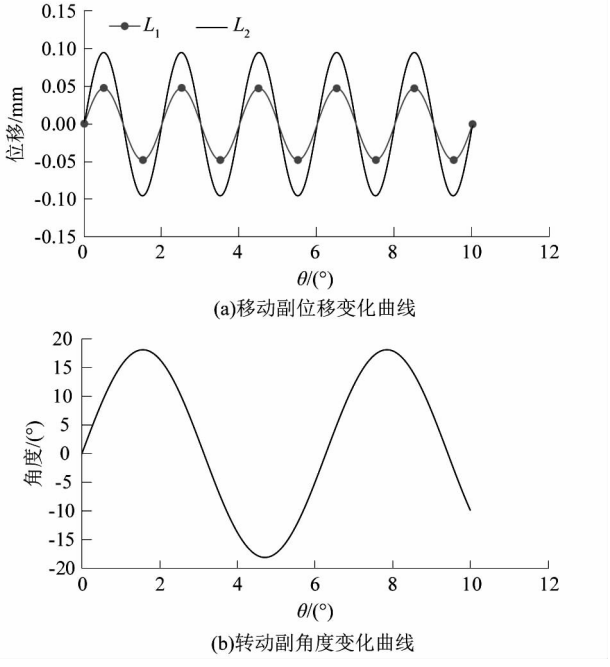
由式(47)可以看出矩阵 $\boldsymbol{J}$ 为对角矩阵,表明该并联机构具有完全解耦性。由雅可比矩阵可看出该并联机构的雅可比矩阵为恒定式,在工作空间任意位姿下始终能保持恒定,则机构的性能等各项指标在工作空间全域内保持恒定,这将为机构的设计分析与控制提

供诸多便利,对提高并联机构的控制精度也有着重要意义[19-20]。

2.4　仿真分析

2.4.1　基于ADAMS运动学逆解仿真分析

首先,在SolidWorks软件中建立踝关节并联机构模型,将其另存为Parasolid格式导入ADAMS软件中,重新添加各运动支链运动副约束,并在动平台末端执行器上施加一个运动激励,其欧拉角运动规律为:$\alpha=\frac{\pi}{10}\sin t;\beta=\frac{\sqrt{3}}{\pi}\sin \pi t;\gamma=\frac{9}{\pi}\sin \pi t$。然后,在ADAMS/View模块下,给并联机构动平台施加一个驱动(motion)来实现期望的运动,持续运行10 s、步数为2 000的仿真。仿真结束后,利用测量及后处理功能分别测出2个移动副的位移变化曲线和1个转动副的角度变化曲线如图7所示。



(a)移动副位移变化曲线

(b)转动副角度变化曲线

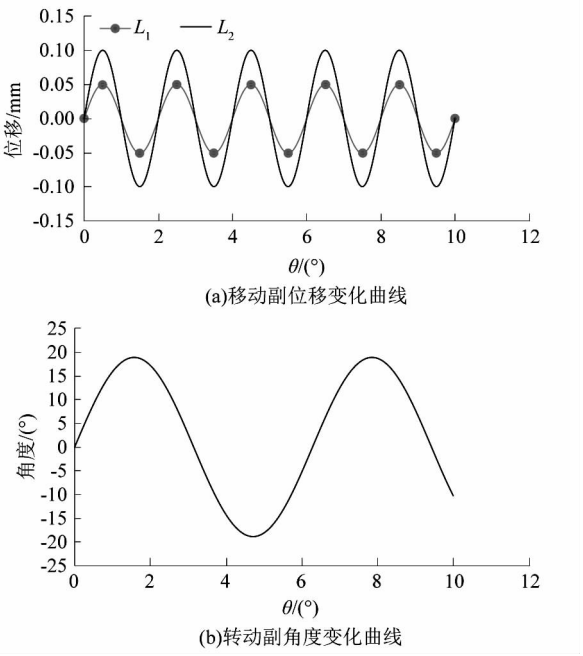
图7　基于ADAMS的移动副位移和转动副角度的变化曲线

Figure 7　Variation curves of moving sub displacement and rotating sub angle based on ADAMS

2.4.2　基于MATLAB运动学逆解仿真分析

若要在MATLAB中求得动平台运动规律下的驱动杆的运动规律,可根据运动学逆解求得。文中脚踝康复并联机构运动学逆解见式(42)。

将机构相关尺寸及动平台运动规律带入,利用MATLAB的M语言编程,根据MATLAB中的plot功能绘制出移动副的位移变化曲线和转动副的角度变化曲线如图8所示。



(a)移动副位移变化曲线

(b)转动副角度变化曲线

图8　基于MATLAB的移动副位移和转动副角度的变化曲线

Figure 8　Variation curves of moving sub displacement and rotating sub angle based on MATLAB

由图7和图8可看出在ADAMS和MATLAB这2种软件仿真得出的驱动杆运动规律几乎一致,由此可判定该仿真结果是正确的。

3　3R医疗脚踝康复并联机构

图9所示为3R脚踝康复并联机构的初始位姿。该3R脚踝康复并联机构具体实施流程如下:驱动装置驱动转动副R_{11},患者脚部放入踝关节固定支具,转动副R_{11}控制动平台绕转动副R_{11}轴线转动,踝关节固定支具跟随动平台转动,转动副R_{11}控制脚踝绕X轴转动,实现脚踝在绕X轴转动的康复训练,即实现脚踝的背屈和跖屈运动;在移动副P_{21}驱动装置驱动下,控制动平台绕螺旋副H_{24}螺旋副轴线转动,踝关节固定支具跟随动平台转动,移动副P_{21}控制脚踝绕Y轴转动,实现脚踝在绕Y轴转动的康复训练,即实现脚踝

的内翻和外翻运动;在移动副 P_{31} 驱动装置驱动下,控制动平台绕螺旋副 H_{36} 螺旋副轴线转动,踝关节固定支具跟随动平台转动,移动副 P_{31} 控制脚踝绕 Z 轴转动,实现脚踝在绕 Z 轴转动上的康复训练,即实现脚踝的内收和外展运动。

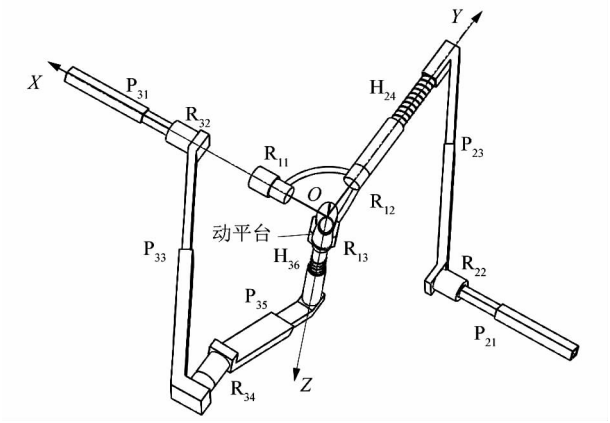


图 9 3R 脚踝康复并联机构初始位姿

Figure 9 Initial pose of 3R medical ankle rehabilitation parallel mechanism

4 结论

课题组设计一种针对脚踝康复训练的完全解耦的 3 转动并联机构,并建立了踝关节康复并联机构的模型。运用螺旋理论分析了该机构的运动特性,并结合修正的 K-G 公式对自由度进行分析,证明了其运动特性可达到康复训练的要求。

运用旋转矩阵和几何位置关系对该机构运动学正、逆解进行分析,进而得出机构的恒定雅可比矩阵,以此证明机构的完全解耦特性。

运用 ADAMS 软件和 MATLAB 软件对脚踝康复并联机构进行仿真分析,得到机构的驱动杆运动规律曲线,证明了该机构脚踝康复的可行性,为后续工作做了铺垫。

该并联机构可应用于脚踝康复医疗领域。并联机构的 3 个驱动控制机构做空间转动运动,每一个驱动均单独控制一个转动运动,3 个转动运动完全独立,解决了运动控制复杂的问题,提高了机构的动态运动性能。该脚踝康复并联机构完全解耦,即运动支链之间互不影响,解决了运动副繁冗问题,同时也克服了驱动电机由于设置在运动构件上使其动态性能降低的问题。

参考文献:

[1] AKAGI A, TSUICHIHARA S, KOSUGI S, et al. Development of a rehabilitation and training device considering the ankle degree of freedom[J]. Journal of Robotics and Mechatronics, 2020, 32(3): 673 – 682.

[2] JAMWAL P K, HUSSAIN S, MIR-NASIRI N, et al. Tele-rehabilitation using in-house wearable ankle rehabilitation robot [J]. Assistive Technology: the Official Journal of RESNA, 2016, 30(1)24 – 33.

[3] 秦友蕾,陈海,曹毅. 完全解耦一移动三转动并联机构结构综合[J]. 机械设计,2017,34(6):23 – 29.

[4] 周辉,曹毅. 六自由度完全解耦并联机构型综合[J]. 机械传动,2016,40(9):6 – 12.

[5] NURAHMI L, CARO S, SOLICHIN M. A novel ankle rehabilitation device based on a reconfigurable 3-RPS parallel minipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 134: 135 – 150.

[6] DONG M J, KONG Y, LI J F, et al. Kinematic calibration of a paralle1 2-UPS/RRR ankle rehabilitation robot [J]. Journal of Healthcare Engineering, 2020(2): 3053629.

[7] 王海芳,李广宇,李鸣飞,等. 混联式柔性踝关节康复机构设计及运动性能分析[J]. 中国工程机械学报,2022,20(2):146 – 150.

[8] 林盛欣. 穿戴式踝关节康复并联机器人系统研究[D]. 天津:河北工业大学,2020: 5 – 20. DOI: 10. 27105/d. cnki. ghbgu. 2020. 001106.

[9] 雷修宇. 踝足康复训练器的开发与康复效果评估[D]. 大连:大连理工大学,2021: 7 – 15. DOI: 10. 26991/d. cnki. gdllu. 2021. 000892.

[10] 刘秀莹,张建军,刘承磊,等. 基于工作空间的踝关节康复广义球面并联机器人运动学参数优化[J]. 中国机械工程,2021,32(16):1921 – 1929.

[11] 刘承磊,张建军,牛建业,等. 面向踝关节康复的四自由度广义球面并联机构运动学性能[J]. 机械工程学报,2021,57(21):45 – 54.

[12] 李龙飞. 4-UPS/CU 踝关节康复并联机构的性能与分析[D]. 太原:中北大学,2022:8 – 12. DOI:10. 27470/d. cnki. ghbgc. 2022. 000660.

[13] 芦凤林,张彦斌,王科明,等. 并联式踝关节康复机器人的运动学分析及其优化[J]. 机电工程,2022,39(9):1303 – 1311.

[14] MENG W, XIE S Q, LIU Q, et al. Robust iterative feedback tuning control of a compliant rehabilitation robot for repetitive ankle training [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(1): 173 – 184.

[15] 黄真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997.

(下转第 17 页)