［研究·设计］

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2025.05.004

圆纬机纱线成圈张力的理论建模

袁良海，袁嫣红

（浙江理工大学 机械工程学院，浙江 杭州 310018）

摘 要：为了减少圆纬机的试织次数，解决有经验工人的短缺问题，笔者构建了纱线针织时的张力与工艺参数理论模型。该模型将纱线传输路径划分成4个区域，利用Amontons定理得到不同区域之间的纱线张力传递关系；根据喂纱量与成圈纱线消耗量必须相等才能使针织正常进行的原则，建立了成圈区的纱线张力与喂纱速度、弯纱深度、初始张力等工艺参数的计算表达式；在此基础上，开展了17组工艺参数的实际编织和纱线张力测量，将纱线张力理论平均值与实验平均值进行了比较。研究结果表明：纱线张力理论平均值与实验平均值的差值在±3.00 cN以内，且它们随工艺参数的变化趋势基本一致，从而证明了该理论模型的准确性。该模型为生产过程中工艺参数的设置提供了一种效率更高的计算方法。

关 键 词：圆纬机；纱线；成圈张力；喂纱量；弯纱深度；成圈区

中图分类号：TH113；TS183.4　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1005-2895(2025)05-0029-12

Theoretical Modeling of Yarn Knitting Tension in Circular Weft Machine

YUAN Lianghai, YUAN Yanhong

(School of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to reduce the number of trial knitting in circular weft machines and solve the shortage of experienced workers, a theoretical model of tension and process parameters during yarn knitting was constructed. The model divided the yarn transmission path into 4 zones, and used the Amontons principle to obtain the yarn tension transfer relationship between different zones. According to the principle that the yarn feeding volume and the loop-forming yarn consumption must be equal in order to make the knitting proceed normally, the computational expressions for the yarn tension in knitting zone and the process parameters such as the yarn feeding speed, the yarn bending depth, the initial tension were established. On this basis, the actual knitting and yarn tension measurement of 17 groups of processes were carried out, and the theoretical average values of yarn tension were compared and analyzed with the measured average values. The results show that the difference between the theoretical average values and the measured average valuesis within ±3.00 cN, and they are basically consistent with the change trend of process parameters, thus proves the accuracy of the theoretical model. The model provides a more efficient calculation method for the setting of process parameters in the production process.

Keywords: circular weft machine; yarn; knitting tension; yarn feeding volume; yarn bending depth; knitting zone

纺织行业起源很早，应用广泛，被认为是世界上最古老的行业之一。随着纺织技术日趋成熟，众多学者研究了纱线速度、进纱角度、针距、摩擦和纱线材料属性等因素对纱线张力变化和张力波动的影响，并用实验验证了所得出的相关结论，拟合出了纱线张力和相关参数的表达式。

纱线的张力较好控制是生产高质量编织产品和保持良好工艺条件的重要因素[1]80。在编织过程中，为较好地控制纱线的张力，学者们研究了影响纱线张力的因素。Gao等[2]基于动量矩定理和质量守恒定律，

收稿日期：2025-04-28；**修回日期**：2025-07-20

基金项目：浙江省科技项目(2022C01065)；浙江省科技项目(2022C01202)。

第一作者简介：袁良海(1997)，男，硕士，主要研究方向为机械电子工程。E-mail:1933609843@qq.com

建立了描述纱线张力波动的数学模型,分析了提花辊和拉辊间纱线长度对纱线张力波动固有频率和阻尼系数的影响,结果表明纱线张力的固有频率和阻尼系数随着纱线长度的减小而增大,并且随着阻尼系数的增大和纱线长度的减小,纱线张力的波动会减小。Hreravi 等[3]设计并研制了一种新型光学红外电子监测系统来研究送纱过程中纱线波动幅度的变化规律,并通过方差分析对纱线波动幅值进行评价,结果表明增加圈长会使纱线波动幅值显著降低。Koo[1]81 研究了纱线张力与针织工艺参数的关系,得出纱线张力随喂纱速度的增加而略有增加,喂纱角度对纱线张力变化的影响较大的结论。Shao 等[4]的研究表明:摩擦因数越大,对纱线张力的影响越大,包绕角和纱线半径与纱线张力呈近似线性关系。Hossain 等[5]建立了动态针织作业中纱线路径的不同区域的纱线张力模型,研究了回圈下沉深度、送纱轮速度、纱线放卷张力、纱线摩擦因数、针织机转速、纱线支数和纱线模量对纱线输入张力的影响。De Vasconcelos 等[6]1864 研究了积极送纱前纱线张力的变化,分析了纱线张力对使用纺纱和变形合成纱生产的针织物性能和质量的影响,得出退绕张力与纱筒尺寸有关的结论。Matthes 等[7]建立了基于纱线质量不变和纱线非线性伸长特性的数学模型,描述了给纱器、孔眼等关键元件对纱线张力的影响,然后采用 MATLAB/Simulink 软件进行仿真,结果表明在纱线供应过程中的极端情况下(例如纱线插入到针织机中),模拟结果与实际情况非常接近。Banerjee 等[8]结合针织区的初始几何形状,建立了单面针织环形成过程的确定性模型,探索了针织区纱线张力在不同型号的线性凸轮下与织针位置的关系。Aisaka[9]根据前人对纬编张力的分析,建立了线性凸轮的尺寸与纱线张力的数学模型,并分析了纱线在针织区的运动和针织过程中纱线张力的变化。Black 等[10]详细分析了凸轮形状对纱线张力、机器性能和单个织针作用力的影响,尽管高速凸轮在编织周期内产生的纱线张力比传统直线凸轮大,但这些张力不会影响织物外观或机器性能。Liu 等[11]提出针织过程中产生的最大纱线张力难以达到纱线的断裂强度,而引起纱线断裂的主要原因是纱线的反复拉伸和纱线张力的突然变化,并进一步说明在编织时纱线的张力通常小于 100 cN。

现有关于纱线张力的研究多是针对纱线张力和张力波动的影响因素、参数以及相关实验验证,关于圆纬机上纱线成圈张力的大小及影响因素的研究较少。笔者研究了圆纬机上成圈区的纱线成圈张力以及影响成圈张力的影响因素,同时建立了纱线传输路径上不同区域的纱线张力与喂纱速度、弯纱深度和初始张力等因素的数学模型。

1 裤袜机纱线路径及分区

圆纬机的成圈原理和过程基本一样,但不同圆纬机的纱线传输路径各有不同,针床结构和成圈机件运动轨迹等的差异导致纱线的形变状态和摩擦条件发生变化。因此有必要分区域对纱线传输路径上的张力进行分析。笔者以裤袜机为例,针对纱线传输路径上的张力进行了分析。图 1 所示为裤袜机的纱线传输路径及分区。该裤袜机主要用于编织袜类和各种筒形针织物,通过对喂纱速度和弯纱深度这 2 个工艺参数的协调控制,可以完成大小头的编织。

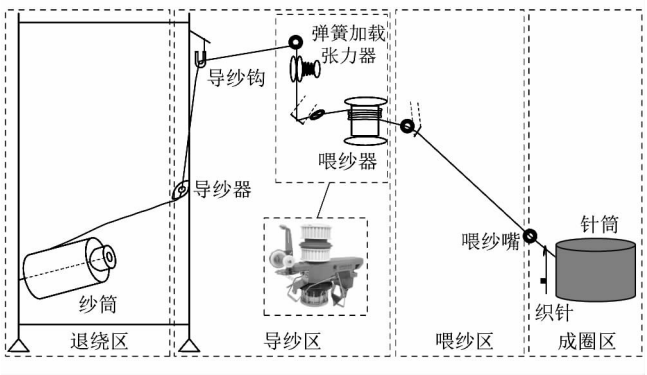


图 1 裤袜机的纱线传输路径及分区

Figure 1 Yarn transmission paths and zones of pantyhose machine

由图 1 可知纱线成圈前的传输过程如下:当启动裤袜机后,原来静止的纱线会从纱筒上退绕出来,经过导纱器和导纱钩后,其传输方向会发生变化,随后进入弹簧加载张力器和喂纱器,然后经过喂纱嘴进入针床,最后在针床成圈。

纱线到达针筒成圈前,会和导纱器等部件产生摩

擦进而引起纱线张力的变化,也就是说纱线传输过程中不同位置上的张力是不一样的,而且不同纱线路段的功能有所不同,因此需要对纱线的传输路径进行分区。

纱线的传输路径分为4个区域:

1)退绕区,为纱筒到导纱器之间的区域,是纱线成圈的起始端。

2)导纱区,是导纱器到喂纱器之间的区域,可以改变纱线的传输方向,并调整喂纱量。当纱线经过弹簧加载张力器时,可以手动调整2个弹簧片的松紧程度来改变该处的纱线张力;当纱线经过喂纱器时,可以通过裤袜机控制屏来设置喂纱速度以改变纱线的喂纱量,调整成圈时的线圈长度,进一步改变纱线张力。

3)喂纱区,是喂纱器到喂纱嘴之间的区域,能够引导纱线进入针床。

4)成圈区,是针床上的成圈区域,从喂纱区进来的纱线在这里成圈。当纱线在针床成圈时,可以通过裤袜机上的控制屏来调整纱线成圈时的织针下降深度以改变纱线张力。

当编织时,纱线能否成圈直接取决于成圈区纱线张力,张力过大,纱线会断裂;反之,张力过小纱线无法成圈。因此,对成圈区的纱线张力进行分析十分重要。但是,纱线经过退绕区、导纱区和喂纱区时,会和喂纱嘴等部件发生摩擦,并引起纱线张力的变化,从而影响成圈区的纱线张力,所以对各纱线路径上的张力进行分析也是有必要的。

退绕区、导纱区、喂纱区和成圈区的纱线张力紧密联系,但张力大小又有本质区别。如图1所示,退绕区和导纱区的纱线为一定收缩状态,纱线张力较小,而在喂纱区和成圈区的纱线则表现为伸直状态,纱线张力比退绕区和导纱区的纱线张力会大很多。

在退绕区,纱线从纱筒上退绕出来会产生微小的张力。De Vasconcelos 等[6]1865针对退绕区的纱线张力与纱筒尺寸、纱线材料质量和退绕速度等参数的关系进行了建模和分析,结果表明退绕区的纱线张力与退绕速度成正比,并验证了当退绕速度较大时,最大退绕张力仅为2 cN。事实上,裤袜机的退绕速度较小,由此产生的退绕区的纱线张力也更小,因此在该区域的纱线张力可以不考虑。

纱线到达弹簧加载张力器之前,由于从退绕区出来的纱线张力很小,而且相邻的纱线段夹角比较大,因此由于摩擦产生的纱线张力也很小,可以忽略不计。但是,纱线经过可调节的弹簧加载张力器时,会产生约2 cN的张力[7]71,即初始张力为2 cN。更为重要的是,由于积极送纱装置的内部空间狭小,该位置段的纱线张力不能直接测取,同时由于弹簧加载张力器和喂纱器之间的纱线段夹角较大,摩擦因数小,弹簧加载张力器和喂纱器之间的纱线张力几乎等于初始张力,所以在导纱区,我们只需要考虑纱线经过弹簧加载张力器时产生的纱线张力。因此,笔者主要分析喂纱区和成圈区的纱线张力。

2　喂纱区的纱线张力建模

喂纱区的纱线张力分布如图2所示。其中,F_0为初始张力,可通过弹簧加载张力器来进行设置;F_1,F_2和F_3分别为喂纱区各段纱线路径上的纱线张力,F_4为成圈区纱线张力;θ_1,θ_2和θ_3分别为纱线段之间的夹角。

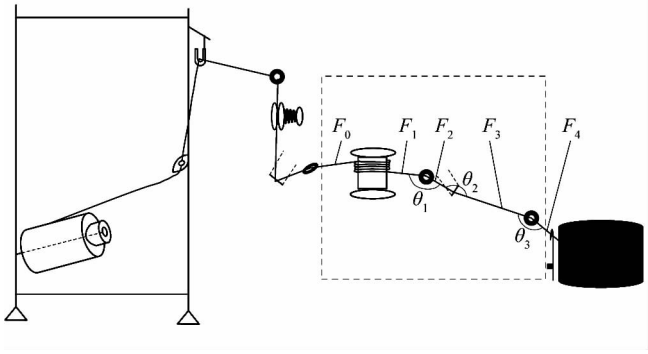


图2　喂纱区纱线张力分布

Figure 2　Yarn tension distribution of yarn feeding zone

当纱线经过喂纱器后,纱线张力F_1会积极地和不确定地发生变化,因此很难获知纱线张力F_0和F_1之间的关系,关于初始张力F_0的应用在成圈区的分析中有作说明。根据Amontons定律,喂纱区纱线张力之间的关系为:

$$F_2 = F_1 e^{\mu_2(\pi-\theta_1)}; \tag{1}$$

$$F_3 = F_2 e^{\mu_2(\pi-\theta_2)}; \tag{2}$$

$$F_4 = F_3 e^{\mu_2(\pi-\theta_3)}。 \tag{3}$$

式中，μ_2 为纱线与陶瓷喂纱嘴之间的摩擦因数。

3 成圈区的纱线张力建模

3.1 成圈过程分析

想要知道成圈区的纱线张力与其影响因素的关系，弄清楚纱线成圈的过程和原理是十分必要的。在此之前，先作出假设：从织针下降到三角最低点时起纱线与针钩之间没有滑移。因此就没有必要分析后面的纱线张力。在分析时，以某根织针到达三角最低点时的时间为计算周期的起始时间。

裤袜机运转时，针床里的三角固定不动，针筒带动织针做同步旋转运动，而纱线成圈的动作依靠镶嵌在三角里的织针作上下移动来完成。图 3 所示为织针在三角上的编织动作，其中 r_z 为针距，n_1 为织针的转速。

图 3(a)所示为 1 号织针移动到三角最低点时的织针分布状态，此时 1 号织针会结束弯纱，在第 2 个三角中只有 2 号织针弯纱。织针转动的过程中，如果织针在三角上向下移动，且针钩低于开始弯纱线，那么该织针就会参与弯纱，否则，织针就会结束弯纱或者没有弯纱。图 3(b)所示为 3 号织针开始弯纱时的织针分布状态，2 号织针还没有移动到三角的最低点，从此时开始，在第 2 个三角中存在 2 号和 3 号织针参与弯纱，换句话说，从图 3(a)到图 3(b)的过程中，只有 1 根织针参与弯纱。图 3(c)所示为 2 号织针移动到三角最低点时的织针分布状态，此时 2 号织针结束弯纱，在第 2 个三角中只有 3 号织针参与弯纱，也就是说，在图 3(b)到图 3(c)的过程中，存在 2 根织针参与弯纱。

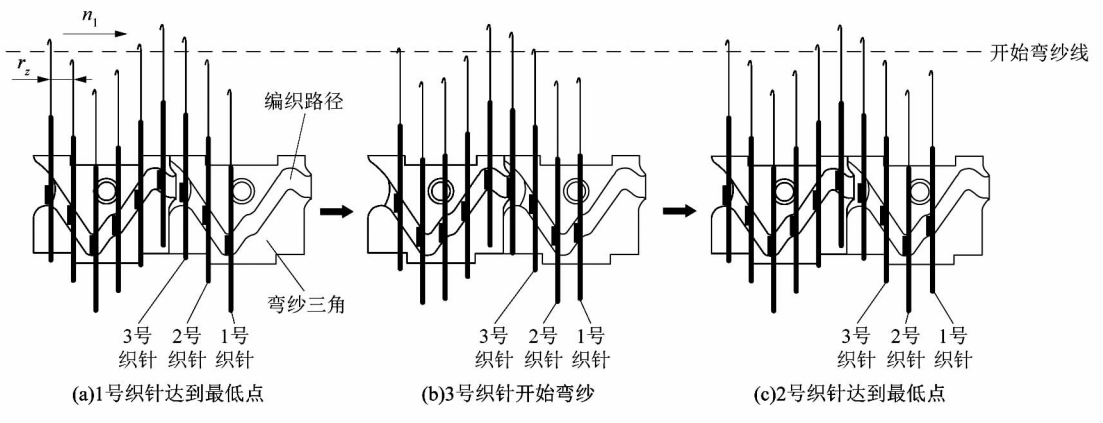


图 3 织针在三角上的编织动作

Figure 3 Knitting action of knitting needles on triangle

在裤袜机中，织针是做周期运动的，每根织针都会在针床上依次送纱和成圈，在同一编织周期内，所有织针依次供应相同的纬纱。因此，针筒只需要转动 1 个针距，就可以表现出 1 个线圈的整体成圈过程。

3.2 织针弯纱运动方程及纱线消耗量的求解

图 4 所示为成圈区的纱线张力求解流程，欲求成圈区的纱线张力 $F_4(t)$，就要先知道该区域的纱线消耗量 $L_4(t)$。纱线消耗量 $L_4(t)$ 需要通过织针在三角中的运动方程 $f(t)$ 来表示，而在此之前，需要得到三角的曲线方程 $y(x)$ 和确定弯纱时的织针数量。成圈区中不止 1 根织针弯纱成圈，但每根织针都先后在三角上以相同的轨迹移动，因此，只需要研究 1 根织针的运动方程和该织针在不同时间的纱线消耗量即可。

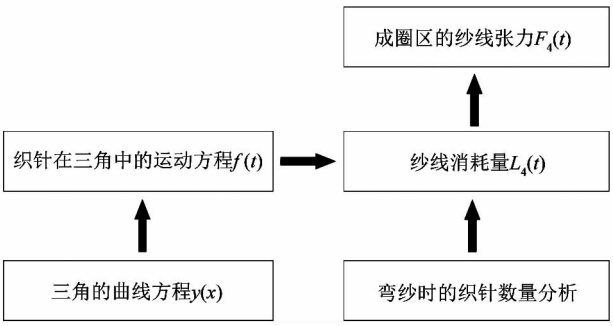


图 4 成圈区的纱线张力求解流程

Figure 4 Yarn tensile solution flow in knitting zone

3.2.1 弯纱运动方程

由于当针织下降到三角最低点时，很难从纱线绞接点引出新的纱线，因此将分析范围确定为织针开始

弯纱位置到织针下降最低点位置。图5所示为三角的平面图,以织针下降最低点为坐标原点在三角上建立坐标系 o-xy,x 为织针相对三角最低点的水平位置,y 为针钩相对三角最低点的高度,织针的开始弯纱位置为 x_0,h 为开始弯纱时针钩的高度,r_z 为1个针距。得到三角的曲线方程为:

$$y(x)=340.2*x^2-0.38*x-2.9*10^{-6},x\in[x_0,0]。\tag{4}$$

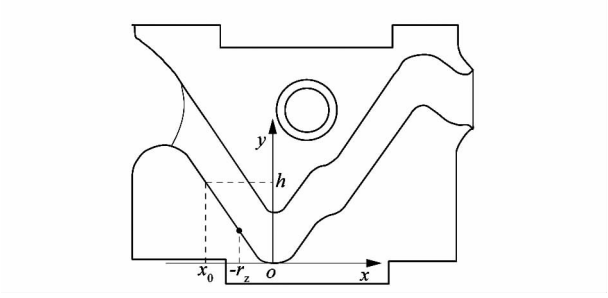


图5　三角的平面图

Figure 5　Plan view of triangle

下面将分析裤袜机转过一个针距过程中,三角中织针的弯纱运动。以图3(a)所对应的时间作为分析周期的起始点,即此时设定时间 $t=0$。假设裤袜机转速为 n_1,针筒半径为 r_1,针距为 r_z,弯纱深度为 h,分别求解2个弯纱阶段内,三角中织针的弯纱运动方程。

1) 单织针弯纱阶段,即从图3(a)位置运动到图3(b)位置。在此阶段,只有2号织针参与弯纱,并且2号织针在 x 方向的初始位置为 $-r_z$。该织针在 x 方向的运动方程为:

$$v_1=\frac{2\pi r_1*n_1}{60};\tag{5}$$

$$x_2(t)=v_1*t-r_z,t\in[0,t_1]。\tag{6}$$

式中:t_1 为3号织针开始弯纱时的时间,v_1 为针筒转动的线速度。

由式(4)可以得到2号织针在 y 方向上的运动方程为:

$$y_2(t)=f(x_2(t))。\tag{7}$$

当3号织针开始弯纱时,便意味着弯纱第1阶段的结束。由图5可知,在3号织针开始弯纱时,3号织针在 y 方向上的坐标恰好为弯纱深度 h。由式(4)可以计算出3号织针的开始弯纱位置 x_0:

$$x_0=-f^{-1}(h)。\tag{8}$$

因为2号织针与3号织针之间的距离始终为1个针距 r_z,保持不变,所以当3号织针开始弯纱时,2号织针所处的位置 x_1 为:

$$x_1=r_z-f^{-1}(h)。\tag{9}$$

将式(9)代入式(6)中,就可以求解出3号织针开始弯纱的时间 t_1:

$$t_1=\frac{60*(2r_z-f^{-1}(h))}{2\pi r_1*n_1}。\tag{10}$$

2) 双织针弯纱阶段,即从图3(b)位置运动到图3(c)位置。在该阶段,有2根织针同时参与弯纱。与单织针弯纱阶段的分析方式一样,可分别推导出这2根织针在 x 方向和 y 方向上各自的运动方程。

根据式(6)可知,织针移动1个针距所需要的时间为:

$$t_c=\frac{60r_z}{2\pi r_1*n_1}。\tag{11}$$

2号织针在 x 方向上的运动方程为:

$$x'_2(t)=v_1*t-r_z,t\in[t_1,t_c]。\tag{12}$$

由式(4)可进一步得到2号织针在 y 方向上的运动方程为:

$$y'_2(t)=f(x'_2(t))。\tag{13}$$

当3号织针开始弯纱时,其在 x 方向上所处的位置为 x_0,则3织针的 x 方向和 y 方向上的运动方程分别为:

$$x_3(t)=v_1*(t-t_1)-f^{-1}(h),t\in[t_1,t_c];\tag{14}$$

$$y_3(t)=f(x_3(t))。\tag{15}$$

3.2.2　弯纱时的织针数量分析

图6所示为弯纱过程中的织针移动路径展开图,以织针下降的最低点 B_1 为坐标系原点建立坐标系,横坐标 x 表示不同成圈状态下的织针位置,纵坐标 y 表示针钩距离织针下降最低点的距离。在图6(a)中,当可设置的弯纱深度为 h_1 时,即织针下降达到最大深度,织针运动路径上存在与织针数量分析密切相关的几个特殊点。点 A_0 为织针开始弯纱位置;点 B_0 为前一织针到达最低点时当前织针所在的位置点。点 A_0 的织针随针筒转动1个针距后到达点 A_1。A_0 和 A_1 之间、B_0 和 B_1 之间分别相差1个针距,它们的位置关系为:

$$x_0-x_1=-r_z。\tag{16}$$

织针在点 A_0 处开始弯纱,移动时间 t 后的位置为

x,如果

$$x_0 \leqslant x \leqslant -r_z, \tag{17}$$

那么在同一时刻有 2 根织针参与弯纱。如果

$$-r_z < x < x_0 + r_z, \tag{18}$$

那么在同一时刻仅有 1 根织针弯纱。如果

$$x_0 + r_z \leqslant x \leqslant 0, \tag{19}$$

那么在同一时刻存在 2 根织针弯纱。

图 6(b)中,当可设置的弯纱深度减小为 h_2时,织针开始弯纱位置由 A_0向右移动到 A_2,A_1也向右移动到 A_3。要说明的是 B_0,B_1的固定位置状态是计算初始状态($t=0$),其位置关系仍然为相差 1 个针距。

$$x_2 - x_3 = -r_z。 \tag{20}$$

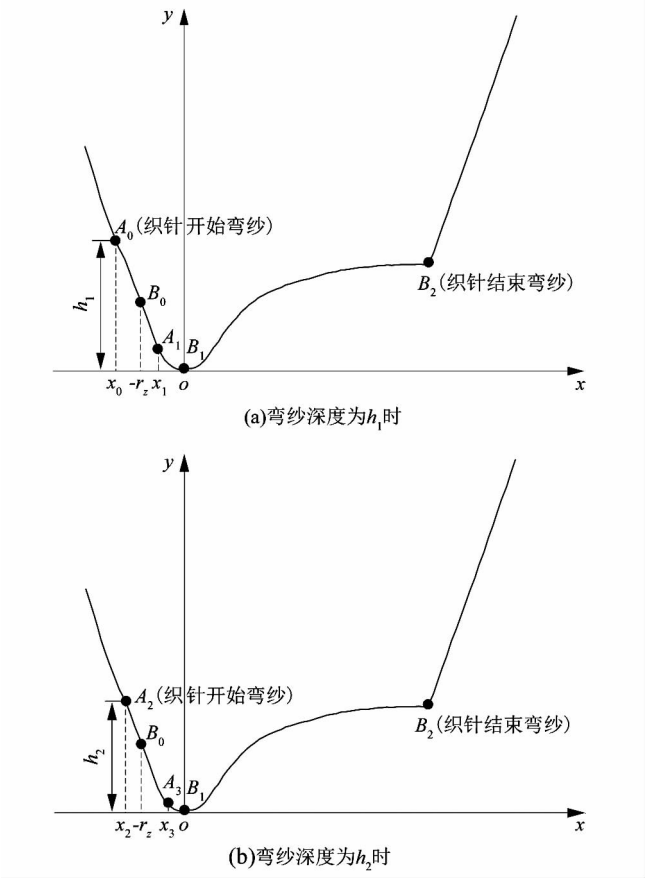


图 6 织针的移动路径展开

Figure 6 Unfolding of traveling path of knitting needle

可以发现:当弯纱深度减小时,织针从 B_0移动到 A_1的距离会增大,而针筒的转速始终保持不变,因此,织针从 B_0移动到 A_1的时间也会增大。

3.2.3 求解针筒转动 1 个针距纱线的消耗量

结合织针的移动路径,图 7 所示为针筒转动 1 个针距时,织针成圈过程中的特殊时刻。图 7(a)为 1 号针织到达弯纱极限时刻,此时 2 号织针已经弯纱到一定的深度,由于从此时开始 1 号针织不再往下运动,很难从纱线绞接点 D 处引出新的纱线,因此将 D 点作为分析下一个线圈纱线消耗量的起始时刻($t=0$)位置,图 7(a)的位置状态对应于图 6 中的 B_0点和 B_1点。图 7(c)为 3 号织针开始弯纱而 2 号织针继续下行的时刻,其位置关系对应于图 6 中的 A_0点和 A_1点或者 A_2点和 A_3点。图 7(e)为 2 号织针到达弯纱极限时刻,与图 7(a)相比,所有的织针刚好转过 1 个针距,其位置关系同样对应于图 7 中的 B_0点和 B_1点,不同的是,织针发生了变化。图 7(b)表示介于图 7(a)和图 7(c)之间的任意时刻,即 3 号织针弯纱前。图 7(d)表示介于图 7(c)和图 7(e)之间的任意时刻,即 3 号织针弯纱后且 2 号织针到达弯纱极限时刻前。

图 7(a)为起始时刻,即 $t=0$,2 号织针的位置为 $-r_z$;图 7(c)为 $t=t_1$时刻,t_1为织针从图 7(a)移动到图 7(c)的时间,2 号织针的位置为 x_1。由图 6 可知:当减小弯纱深度时,A_1点向右移动到 A_3点,其相对 B_0点的距离变大,而针筒转速保持不变,因此 t_1也会增加。图 7(e)则为 $t=t_c$时刻,t_c为针筒转动 1 个针距需要的时间。

综上可知:t_1与弯纱深度有关,也就是说,它受到弯纱位置 x_0的影响。当 $t=t_1$时,2 号织针的位置为 x_1,由式(6)和式(16)可得:

$$t_1 = \frac{2r_1}{v_1} * \arcsin\frac{x_0 + 2r_z}{2r_1}。 \tag{21}$$

在图 7(c)中,对于新进的 3 号织针而言,从空间位置上来看,其与 2 号织针相差 1 个针距,用时间表示这个距离,则有:

$$t_c = \frac{2r_1}{v_1} * \arcsin\frac{r_z}{2r_1}。 \tag{22}$$

由于纱线的长度与纱线张力的大小有关,因此需要将不同张力下的纱线长度转换为同一张力下的长度,为便于分析和理解,定义纱线张力为 F_4时总的纱线长度变化量为纱线消耗量。

在针筒完成 1 个针距的转动过程中,可以分段求出 A 点到 D 点之间的纱线长度变化量,可划分为 2 个阶段。

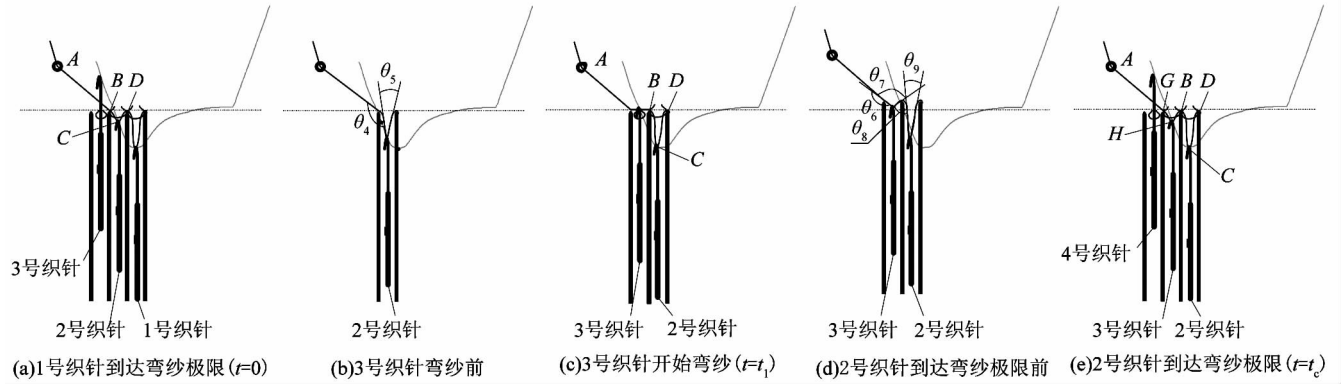


图 7　针筒转动 1 个针距时织针成圈过程中的特殊时刻

Figure 7　Special moment during process of knitting needle into circle when needle cylinder rotates one needle distance

1）单织针弯纱阶段纱线等效长度变化的数学模型。

单织针弯纱阶段为 $0 \leqslant t \leqslant t_1$，只有 1 根织针（2 号织针）参与弯纱，纱线长度变化由该织针的周向运动和沿针槽向下运动拉动针两侧纱线变化所组成。

以纱线段 BC 为例。纱线段 BC 的纱线张力为 F_5，其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_5，有：

$$F_5 = F_4 e^{\mu_1(\pi-\theta_4)}; \tag{23}$$

$$\Delta L_5 = f(0) - f(t)。 \tag{24}$$

式中，μ_1 为纱线与织针等金属器件之间的摩擦因数。

将 ΔL_5 转换为纱线张力为 F_4 时的等效纱线长度变化量 $\Delta L_{5,4}$，有：

$$F_5 = F_4 + K(\Delta L_5 - \Delta L_{5,4}); \tag{25}$$

$$K = \frac{ES}{\Delta L_5}。 \tag{26}$$

式中：K 为纱线段 BC 的纱线劲度系数，E 为纱线的弹性模量，S 为纱线的横截面积。

计算可得：

$$\Delta L_{5,4} = (f(0) - f(t)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(\pi-\theta_4)} - 1)}{ES}。 \tag{27}$$

同理，可得其他纱路段的纱线长度变化量、纱线张力和纱线张力为 F_4 时的等效纱线长度变化量。

纱线段 AB 的纱线张力为 F_4，纱线长度变化量 ΔL_4 为：

$$\Delta L_4 = v_1 * t。$$

纱线段 CD 的纱线张力为 F_6，其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_6，则纱线张力为 F_4 时的等效长度变化量为 $\Delta L_{6,4}$，则有：

$$F_6 = F_4 e^{\mu_1(2\pi-\theta_4-\theta_5)};$$

$$\Delta L_6 = f(0) - f(t);$$

$$\Delta L_{6,4} = (f(0) - f(t)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(2\pi-\theta_4-\theta_5)} - 1)}{ES}。$$

2）双织针弯纱阶段纱线等效长度变化的数学模型。

双织针弯纱阶段为 $t_1 < t \leqslant t_c$，在这一阶段有 2 根针（2 号织针和 3 号织针）参与弯纱，喂纱嘴点 A 处与纱线非滑移点 D 处之间的纱路长度变化由 2 针同步的周向运动和 2 针独立沿针槽向下运动拉动针两侧共 4 段纱线长度变化所组成。

同理，可得各纱线段的纱线长度变化量、纱线张力和纱线张力为 F_4 时的等效纱线长度变化量。

若纱线段 AG 的纱线张力为 F_4，则纱线长度变化量为：

$$\Delta L_4 = v_1 * (t - t_1)。$$

令纱线段 GH 的纱线张力为 F_7，其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_7，则纱线张力为 F_4 时的等效长度变化量为 $\Delta L_{7,4}$，则有：

$$F_7 = F_4 e^{\mu_1(\pi-\theta_6)};$$

$$\Delta L_7 = h - f(t - t_c);$$

$$\Delta L_{7,4} = (h - f(t - t_c)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(\pi-\theta_6)} - 1)}{ES}。$$

若纱线段 HB 的纱线张力为 F_8，其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_8，则纱线张力为 F_4 时的等效纱丝长度变化量为 $\Delta L_{8,4}$，则有：

$$F_8 = F_4 e^{\mu_1(2\pi-\theta_6-\theta_7)};$$

$$\Delta L_8 = h - f(t - t_c);$$

$$\Delta L_{8,4} = (h - f(t - t_c)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(2\pi-\theta_6-\theta_7)} - 1)}{ES}。$$

若纱线段 BC 的纱线张力为 F_9,其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_9,则纱线张力为 F_4时的等效纱线长度变化量为 $\Delta L_{9,4}$,则有:

$$F_9 = F_4 e^{\mu_1(3\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8)};$$

$$\Delta L_9 = f(t_1) - f(t);$$

$$\Delta L_{9,4} = (f(t_1) - f(t)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(3\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8)} - 1)}{ES}。$$

若纱线段 CD 的纱线张力为 F_{10},其相对应的纱线长度变化量为 ΔL_{10},则纱线张力为 F_4时的等效纱丝长度变化量为 $\Delta L_{10,4}$,则有:

$$F_{10} = F_4 e^{\mu_1(4\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8-\theta_9)};$$

$$\Delta L_{10} = f(t_1) - f(t);$$

$$\Delta L_{10,4} = (f(t_1) - f(t)) * \frac{ES - F_4(e^{\mu_1(4\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8-\theta_9)} - 1)}{ES}。$$

将各纱线段的纱线长度变化量转换为纱线张力为 F_4时的等效长度变化量后,可得到成圈区在相应阶段总的纱线消耗量:

$$L_4(t) = \begin{cases} v_1 * t + (f(0) - f(t)) * \dfrac{2 * ES - F_4(e^{\mu_1(\pi-\theta_4)} + e^{\mu_1(2\pi-\theta_4-\theta_5)} - 2)}{ES}, 0 \leqslant t \leqslant t_1; \\ v_1 * (t - t_1) + (h - f(t - t_c)) * \dfrac{2 * ES - F_4(e^{\mu_1(\pi-\theta_6)} + e^{\mu_1(2\pi-\theta_6-\theta_7)} - 2)}{ES} + (f(t_1) - f(t)) * \\ \dfrac{2 * ES - F_4(e^{\mu_1(3\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8)} + e^{\mu_1(4\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8-\theta_9)} - 2)}{ES}, t_1 < t \leqslant t_c。 \end{cases} \tag{28}$$

3.3 纱线张力 F_4的求解

纱线张力 F_4对应的纱线消耗量为 L_4,想要求解出纱线张力 F_4,还需要确定纱线喂纱量,然后将喂纱量和纱线消耗量转换为相同张力下的长度,令 2 者相等就能求出纱线张力 F_4。

基于上面对成圈区的分析,在消耗纱线阶段,当运动时间为 t 时,在喂纱器处的喂纱量为:

$$L_0(t) = v * t。 \tag{29}$$

式中,v 为喂纱器的喂纱速度。

裤袜机正常运转的情况下,根据喂纱量与成圈区纱线消耗量在相同纱线张力下必须相等才能使编织正常进行的原则,可将成圈区的纱线张力和初始张力转换为没有纱线张力时的纱线初始长度,表达式为:

$$F_0 = K_0 * (L_0(t) - L'_0); \tag{30}$$

$$F_4 = K_4 * (L_4(t) - L'_0); \tag{31}$$

$$L_4(t) - L_0(t) = \frac{F_4}{K_4} - \frac{F_0}{K_0}。 \tag{32}$$

式中:L'_0 为无纱线张力时的纱线动态初始长度,K_0为喂纱器左端的劲度系数,$L_4(t)$为纱线张力为 F_4时的纱线总消耗量,K_4为不同时间段纱线张力为 F_4时的劲度系数。

由劲度系数 K 与弹性模量 E 的关系,得:

$$K_0 = \begin{cases} \dfrac{ES}{v * t}, 0 \leqslant t \leqslant t_1; \\ \dfrac{ES}{v * (t - t_1)}, t_1 < t \leqslant t_c; \end{cases} \tag{33}$$

$$K_4 = \begin{cases} \dfrac{ES}{v_1 * t}, 0 \leqslant t \leqslant t_1; \\ \dfrac{ES}{v_1 * (t - t_1)}, t_1 < t \leqslant t_c。 \end{cases} \tag{34}$$

将式(30)、式(31)、式(33)和式(34)代入式(32)中,可得到 F_4的表达式:

$$F_4 = \begin{cases} \dfrac{ES}{(f(0) - f(t)) * (e^{\mu_1(\pi-\theta_4)} + e^{\mu_1(2\pi-\theta_4-\theta_5)} - 2) + v_1 * t} * \left[(v_1 - v) * t + 2 * (f(0) - f(t)) + \dfrac{v * t * F_0}{ES}\right], 0 \leqslant t \leqslant t_1; \\ \dfrac{ES}{(h - f(t - t_c)) * (e^{\mu_1(\pi-\theta_6)} + e^{\mu_1(2\pi-\theta_6-\theta_7)} - 2) + (f(t_1) - f(t)) * (e^{\mu_1(3\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8)} + e^{\mu_1(4\pi-\theta_6-\theta_7-\theta_8-\theta_9)} - 2) + v_1 * (t - t_1)} * \\ \left[(v_1 - v) * (t - t_1) + 2 * (h - f(t - t_c) + f(t_1) - f(t)) + \dfrac{v * (t - t_1) * F_0}{ES}\right], t_1 < t \leqslant t_c。 \end{cases} \tag{35}$$

4　模型验证与分析

4.1　纱线张力的测量

为了验证笔者提出的理论模型的正确性,采用由直流电源、张力传感器、控制器、上位机和数据采集模块等设备组成的纱线张力测量系统,在裤袜机上测取纱线张力。纱丝张力测量系统如图8所示。并将测得的实验张力平均值和理论张力平均值进行比较。

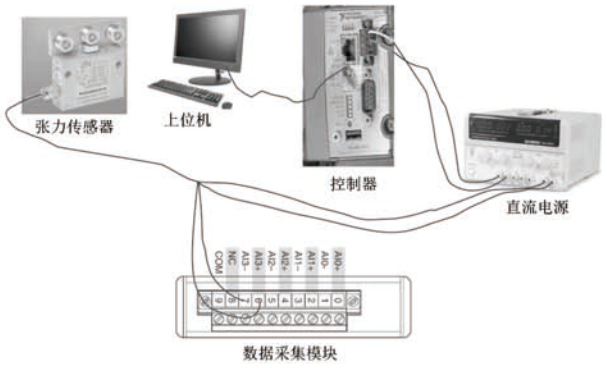


图8　纱线张力测量系统

Figure 8　Measurement system of yarn tension

图8中主要设备的功能及参数如下:

张力传感器(型号为STAK13521,德国)量程为2 N,分别连接电源正极(电压为+24 V)、电源负极、正反馈信号(反馈电压为0~10 V)和负反馈信号;

数据采集模块(型号为NI 9215)采集张力传感器的张力反馈数据,AI^+接口、AI^-接口分别接收张力传感器的正、负反馈信号;

控制器(型号为NI cRIO-9022)连接上位机上的LabVIEW测试程序软件,以便于在电脑端直接采集纱线的张力。

实验采用的纱线为氨纶包覆纱2070。

根据纱线能否正常成圈和织物要求来设置喂纱速度v和弯纱深度h,选取了如表1所示可以编织的17组工艺参数组合进行了纱线张力的测量。

当编织稳定后测量纱线合适位置的张力,由于裤袜机空间的局限性,无法测到成圈区的纱线张力,通过实验只能测出喂纱区的纱线张力F_3。纱线张力F_3的测量位置如图9所示。

表1　纱线张力测量的工艺参数组合编号

Table 1　Process parameter combination number for yarn tension measurement

弯纱深度 h/mm	工艺参数组合编号				
	$v=0.686\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$v=0.741\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$v=0.797\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$v=0.852\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$v=0.907\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
1.2	1#	2#	3#	—	—
1.5	4#	5#	6#	7#	8#
1.8	9#	10#	11#	12#	13#
2.1	—	14#	15#	16#	17#

注:"—"表示在该工艺参数组合下不能正常编织。

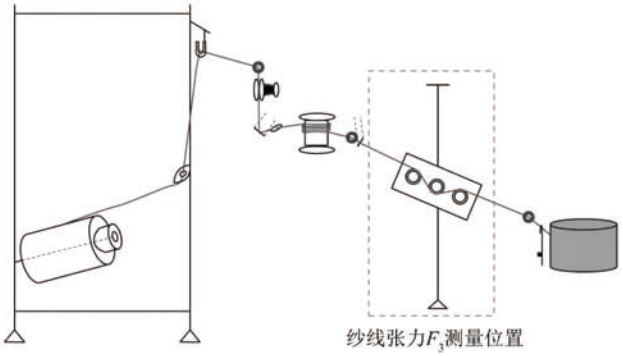


图9　纱线张力F_3的测量位置

Figure 9　Measurment position of yarn tension F_3

重复测量相同工艺参数组合下的纱线张力F_3的实验值,计算出实验平均值,结果如表2所示。

4.2　纱线张力的理论计算与分析

求解理论纱线张力之前,需要确定织针在不同成圈状态时的移动时间。根据以上分析和相关公式(式(21)和式(22)),图7中的特殊状态在不同弯纱深度下对应的时间点如表3所示。

为了和实验测量纱线张力相匹配,利用式(3)可以计算出纱线张力F_3和成圈区纱线张力F_4的关系,即:

$$F_3=\frac{F_4}{e^{\mu_2(\pi-\theta_3)}}。\tag{36}$$

表 2 不同工艺参数下的纱线张力 F_3 的实验平均值

Table 2 Experimental average values of yarn tension F_3 under different combinations of process parameters

弯纱深度 h/mm	F_3 的实验平均值/cN				
	$v=0.686\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.741\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.797\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.852\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.907\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
1.2	17.21	13.95	11.39		
1.5	23.12	17.81	14.38	12.33	11.16
1.8	31.91	26.45	19.94	16.58	13.35
2.1		33.29	29.67	25.41	20.20

表 3 不同弯纱深度下的特殊时间点

Table 3 Time of special points at different depths

t_1/s				t_c/s			
$h=1.2$ mm	$h=1.5$ mm	$h=1.8$ mm	$h=2.1$ mm	$h=1.2$ mm	$h=1.5$ mm	$h=1.8$ mm	$h=2.1$ mm
0.004 2	0.0035	0.002 8	0.002 2	0.004 4	0.004 4	0.004 4	0.004 4

将式(35)代入式(36)可求得 F_3。式(35)中有 2 种参数,除了可调整的喂纱速度 v 和弯纱深度 h 外,还有一些相关角度参数和机构相关固定参数,具体数据分别如表 4 和表 5 所示。表 5 中,ES 表示纱线弹性模量与纱线横截面积的乘积。

表 4 相关角度参数

Table 4 Relevant angle parameters

单位:rad

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9
2.618	2.967	1.484	1.720	0.524	2.880	2.356	1.571	2.262

表 5 机构相关固定参数

Table 5 Relevant fixed parameters to mechanism

ES/cN	μ_1	μ_2	v_1/(m·s^{-1})	r_z/mm	r_1/m	F_0/cN
232.50	0.47	0.20	0.300	1.33	0.140 0	2.00

将表 4 和表 5 中数据代入式(36),然后使用 MATLAB 可计算出纱线张力 F_3 在针筒转动 1 个针距时的变化情况。图 10 所示为不同工艺参数组合下纱线张力 F_3 与时间的关系。从图 10 中可以看出:在第 1 阶段($0\leqslant t\leqslant t_1$),纱线张力 F_3 随着时间的增加而减小;在时间为 t_1 时,纱线张力陡增,这是由于此时新的 3 号织针开始作用于纱线;在第 2 阶段($t_1<t\leqslant t_c$),纱线张力 F_3 随着时间的增加而缓慢减小,最终趋于平稳。

从图 10 中还可看出:当弯纱深度 h 不变时,纱线张力 F_3 随着喂纱速度 v 的增大而减小。在图 10(b)和图 10(c)中可以看出,当喂纱速度 v 为 0.907 m/s 时,最小纱线张力略小于 0,如果继续增加喂纱速度,最小纱线张力会明显减小,导致纱线不能成圈,与实际情况一致。

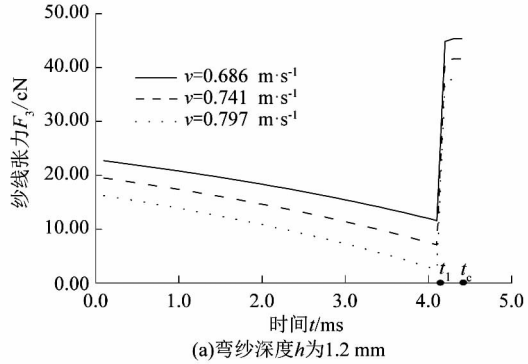
正常情况下,纱线张力不会小于 0。由于笔者假设 AB 段(图 7(a)中)和 AG 段(图 7(e)中)的纱线在纱线张力为 F_4 时以针筒的线速度 v_1 引纱,但在实际情况下,AB 段和 AG 段的引纱速度略大于针筒线速度,因此,图 10 中纱线张力 F_3 随时间的变化情况比实际情况更剧烈一些,当喂纱速度 v 较大时会导致最小纱线张力小于 0。

为了进一步比较实验张力和理论张力,将图 10 中各工艺参数组合下的瞬态张力转换为平均理论张力,并对它们进行分析。各工艺参数组合下的纱线张力 F_3 的理论平均值如表 6 所示。

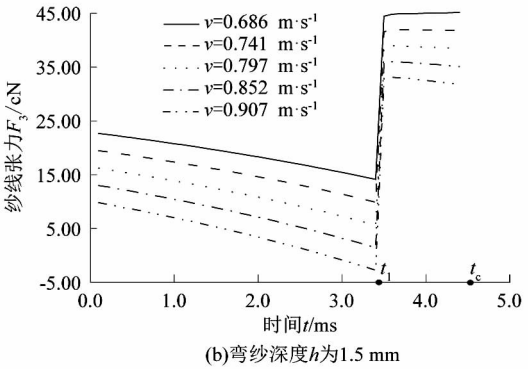
表 6 不同工艺参数组合下的纱线张力 F_3 的理论平均值

Table 6 Theoretical average value of yarn tension F_3 under different combinations of process parameters

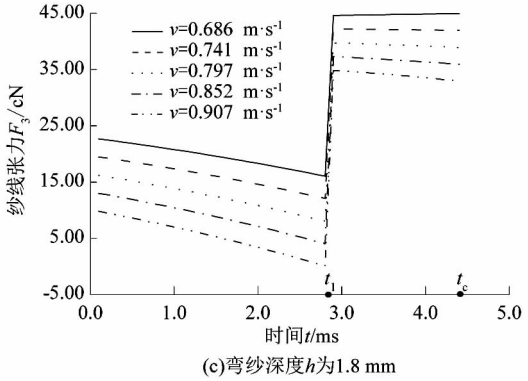
弯纱深度 h/mm	纱线张力 F_3 的理论平均值/cN				
	$v=0.686\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.741\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.797\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.852\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$v=0.907\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
1.2	19.17	15.47	11.71		
1.5	24.17	20.72	17.20	13.74	10.30
1.8	28.11	24.94	21.70	18.52	15.35
2.1		28.86	25.94	23.07	20.19



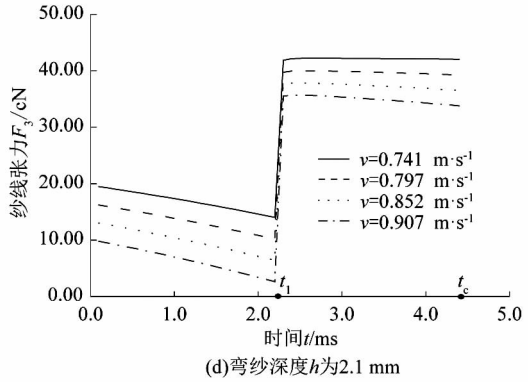
(a)弯纱深度h为1.2 mm



(b)弯纱深度h为1.5 mm



(c)弯纱深度h为1.8 mm



(d)弯纱深度h为2.1 mm

图 10　不同工艺参数组合下纱线张力F_3与时间的关系

Figure 10　Relationship between yarn tension F_3 and time under different combinations of process parameters

从表 2 和表 6 的纱线张力 F_3 的实验平均值和理论平均值比较可知:有 14 组纱线张力数据相差 ±3.00 cN 以内,只有 3 组数据相差较大,且 2 个表中的纱线张力 F_3 随工艺参数的变化趋势基本一致。

氨纶包覆纱具有高弹性特征,当氨纶包覆纱被拉伸到一定程度后,微小的纱线伸长量就会引起纱线张力的明显变化,因此认为理论平均张力和实验平均张力偏差在 ±3.00 cN 以内是合理的。

5　结论

笔者以裤袜圆纬机编织时的纱线成圈张力为研究对象,将纱线的传输路径分为退绕区、导纱区、喂纱区和成圈区 4 个区域,分别建立了喂纱区和成圈区纱线段之间的张力关系模型;同时,分析了成圈区的纱线成圈原理和过程,成圈区为从织针开始弯纱位置到织针下降至三角最低点,将成圈过程分为了 2 个阶段,建立了纱线张力与时间的关系,确定了成圈区纱线张力的影响因素包括喂纱速度 v、弯纱深度 h、初始张力 F_0 和弹性模量 E 等;利用圆纬机的成圈平衡机理,即在同等张力下喂纱量和纱线消耗量总是相等的,得到了成圈区的纱线张力 F_4 的表达式。笔者采用了实验的方法来验证理论张力模型的正确性,由于裤袜机的空间局限性,实验时只能用纱线张力传感器测取喂纱区纱线张力 F_3,因此,需要将计算得到的理论纱线张力 F_4 转换为 F_3,然后,对纱线张力理论平均值与实验平均值进行比较和分析,发现 2 者的偏差基本都在 ±3.00 cN 以内;同时,纱线张力理论平均值和实验平均值与工艺参数的变化趋势基本一致。并得到了以下关系:

1) 在单织针弯纱阶段($0 \leqslant t < t_1$),纱线张力 F_3 随着时间的增加而减小;在时间为 t_1 时,由于新的织针开始作用于纱线,纱线张力陡增;在双织针弯纱阶段($t_1 < t \leqslant t_c$),F_3 随着时间的增加而缓慢减小最终趋于平稳。

2) 弯纱深度 h 不变时,纱线张力 F_3 随着喂纱速度 v 的增加而减小。

3) 成圈区纱线张力的影响因素包括喂纱速度 v、弯纱深度 h、初始张力 F_0 和弹性模量 E 等。

笔者建立的纱线张力计算模型,为生产过程中工艺参数的设置提供了参考,有利于促进纬编针织装备

的数字化控制,进一步解决了目前依靠经验的传统参数设置模式带来的问题,为新一代高性能纬编针织装备的研究和发展提供了参考。

尽管通过该理论模型计算得到的纱线张力理论值与实验值比较吻合,但是该研究也存在一定局限:文中的纱线初始张力 F_0 是依据前辈们的经验所预估的固定值,实际上初始张力与纱筒的参数等有关;纱线的弹性模量 E 实际上是随着不同纱线张力下的纱线长度变化而变化,而文中假设了纱线的弹性模量在不同纱线张力下都相等。后续的研究应考虑由直接理论得到初始张力、弹性模量与纱线长度的确切关系。

参考文献:

[1] KOO Y S. Correlation of yarn tension with parameters in the knitting process[J]. Fibers and Polymers,2002,3(2):80 - 84.

[2] GAO X P,LI Y G,CHEN H X. On the dynamic model of yarn with time-dependent tension[J]. The Journal of the Textile Institute, 2014,105(4):454 - 459.

[3] HRERAVI M E M, NAJAR S S, MOAVENIAN M, et al. Effect of knitted loop length on the fluctuation amplitude of yarn fed into a circular weft-knitting machine using a new opto-electro device[J]. Fibres & Textiles in Eastern Europe,2014,22(4):81 - 86.

[4] SHAO R Q, CHENG L D, PAN N, et al. Theoretical analysis and simulation of twist blockage and yarn tension in a dynamic twist-resistant device[J]. Textile Research Journal, 2020, 90(15/16):1741 - 1748.

[5] HOSSAIN A K M M,ISLAM M I. Mathematical modeling of dynamic yarn input tension on circular weft knitting machine with positive storage feeding[J]. The Journal of the Textile Institute, 2024, 116(1):53 - 61.

[6] DE VASCONCELOS F B, MARCICANO J P P, SANCHES R A. Influence of yarn tension variations before the positive feed on the characteristics of knitted fabrics[J]. Textile Research Journal, 2015, 85(17):1864 - 1871.

[7] MATTHES A, PUSCH T, CHERIF C. Numerical simulation of yarn tensile force for dynamic yarn supply systems of textile machines[J]. The Journal of the Textile Institute Proceeding & Abstracts, 2012, 103(1):70 - 79.

[8] BANERJEE P K, GHOSH S. A model of the single-jersey loop-formation process[J]. The Journal of the Textile Institute, 1999, 90(2):187 - 208.

[9] AISAKA N. Mathematical considerations of weft knitting process[J]. Journal of the Textile Machinery Society of Japan, 1971, 17(3):82 - 91.

[10] BLACK D H, MUNDEN D L. 24 - Increasing the rates of fabric production of weft-knitting machinery: part Ⅱ an analysis of high-speed knitting-cam systems[J]. The Journal of the Textile Institute, 2008, 61(7):325 - 339.

[11] LIU X, MIAO X. Analysis of yarn tension based on yarn demand variation on a tricot knitting machine[J]. Textile Research Journal, 2017, 87(4):487 - 497.